



Centro Universitário de Brasília - UNICEUB  
Faculdade de Tecnologia e Ciências Sociais Aplicadas - FATECS  
Curso: Engenharia Civil

EDUARDA FREIRE DOS SANTOS

**ANÁLISE COMPARATIVA DE PILARES DIMENSIONADOS PELA  
ABNT NBR 6118/1978 COM A ABNT NBR 6118/2014 – ESTUDO DE  
CASO**

Brasília/DF  
2019

EDUARDA FREIRE DOS SANTOS  
RA 21505927

**ANÁLISE COMPARATIVA DE PILARES DIMENSIONADOS PELA  
ABNT NBR 6118/1978 COM A ABNT NBR 6118/2014 – ESTUDO DE  
CASO**

Trabalho de Curso apresentado como um dos requisitos para a conclusão do curso de Engenharia Civil do UniCEUB - Centro Universitário de Brasília.

Orientador: Eng.º Civil Henrique de Paula Faria, Msc.

Brasília/DF  
2019

EDUARDA FREIRE DOS SANTOS  
RA 21505927

**ANÁLISE COMPARATIVA DE PILARES DIMENSIONADOS PELA  
ABNT NBR 6118/1978 COM A ABNT NBR 6118/2014 – ESTUDO DE  
CASO**

Trabalho de Curso apresentado como um dos requisitos para a conclusão do curso de Engenharia Civil do UniCEUB - Centro Universitário de Brasília.

Orientador: Eng.º Civil Henrique de Paula Faria, Msc.

Brasília/DF, 08 de fevereiro 2019.

**Banca Examinadora**

---

Engº. Civil: Henrique de Paula Faria, MSc.  
Orientador

---

Engª. Civil: Rosanna Duarte Fernandes Dutra, MSc  
Examinador Interno

---

Engº. Civil: Nathann Vasconcelos Gomes, MSc  
Examinador Interno

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus pela oportunidade e força confiada para poder cursar Engenharia Civil, agradeço aos meus pais Rosângela Freire e Reinaldo Pereira por sempre me apoiar e me incentivar nas minhas decisões e em tudo que eu preciso.

Agradeço às minhas irmãs Laura e Rebeca por serem minhas companheiras as quais tenho uma imensa admiração e carinho.

Agradeço aos meus familiares, em especial meu Avó Domingos, um exemplo de homem e quem sempre se orgulhou em ter uma neta engenheira, me dando forças para buscar minha formação.

Agradeço também aos meus amigos, em especial a Paula, que me ajudou bastante em minha formação e meu namorado por sempre me apoiar.

Por fim agradeço ao meu Ilustríssimo Professor Orientador o Msc. Henrique de Paula Faria, que me orientou e ajudou significativamente para o desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso.

“O que eu quero na minha vida é  
compaixão, um fluxo entre mim e os outros  
baseado em uma doação mútua do  
coração”

(Marshall B. Rosenberg).

## RESUMO

O presente trabalho de conclusão de curso trata sobre a verificação do dimensionamento de pilares de concreto armado de seção transversal retangular frente as forças oriundas de esforços de flexo-compressão.

Foram analisados os dados de diferentes pilares do pavimento térreo, em diversas situações de esforço, tais dados foram coletados a partir dos resultados obtidos por meio do software PCalc, oriundos do projeto estrutural de um edifício de quatro pavimentos, projetado segundo a ABNT NBR 6118:1978.

Nesse trabalho, foram extraídos os dados das dimensões e esforços de cada pilar, dados necessários para a análise pelo *software*. Destes dados, fora realizada a análise da capacidade de resistência por meio do diagrama de integração elaborado pelo PCalc.

**Palavras-chave:** PCalc, capacidade de seção, flexo-compressão.

## **ABSTRACT**

The present work of conclusion of course is about the verification of the dimensioning of reinforced concrete pillars of rectangular cross-section against the forces from flexo-compression forces.

Data were analyzed from different columns of the ground floor, in several stress situations, such data were collected from the results obtained through PCalc software, from the structural design of a four-floor building, designed according to ABNT NBR 6118: 1978.

In this work, the data of the dimensions and efforts of each pillar were extracted, data necessary for the analysis by the software. From these data, resistance analysis was performed using the integration diagram developed by PCalc.

**Key words:** PCalc, section capacity, flexo-compression.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Estruturas de nós móveis e fixos .....	16
Figura 2- Coeficiente de majoração em função da menor dimensão do pilar .....	20
Figura 3- Modelo de pilar bi-rotulado.....	21
Figura 4- Determinação do comprimento equivalente le .....	22
Figura 5- Imperfeições geométricas globais.....	23
Figura 6- Imperfeições geométricas locais .....	24
Figura 7- Envoltória mínima de 1ª ordem .....	25
Figura 8- Envoltória mínima com 2ª ordem .....	26
Figura 9- Relação momento curvatura .....	30
Figura 10- Imagem aproximada da planta de locação do projeto estrutural do edifício estudado .....	34
Figura 11- Esforços solicitantes de cálculo – Método Curvatura Aproximada.....	36
Figura 12- Esforços solicitantes de cálculo – Método Rigidez k Aproximada.....	38
Figura 13- Diagrama de interação força norma – momento fletor .....	39
Figura 14- Janela principal do PCalc.....	40
Figura 15- Entrada de dados geometria.....	40
Figura 16- Planta de detalhamento do pilar P14 do projeto estrutural do edifício estudado .....	41
Figura 17- Entrada de dados – materiais .....	42
Figura 18- Entrada de dados – armação .....	42
Figura 19- Entrada de dados – esforços .....	43
Figura 20- Apresentação dos resultados.....	44
Figura 21- Comparativo dos momentos totais no centro do pilar – eixo x .....	49
Figura 22- Comparativo dos momentos totais no centro do pilar – eixo y .....	49
Figura 23- Comparativo do fator de segurança entre os métodos .....	50
Figura 24- Planta de locação do edifício analisado .....	53
Figura 25- Planta de forma viga baldrame .....	54
Figura 26- Planta de forma viga 1º pavimento .....	55
Figura 27- Detalhamento de armação pilares P1 e P2.....	56
Figura 28- Detalhamento de armação pilar P3.....	57
Figura 29- Detalhamento de armação pilar P4.....	58
Figura 30- Detalhamento de armação pilares P5 e P27 .....	59



Figura 31- Detalhamento de armação pilares P6, P7, P12, P13, P18 e P19 .....	60
Figura 32- Detalhamento de armação pilares P8 e P20.....	61
Figura 33- Detalhamento de armação pilares P9 e P22.....	62
Figura 34- Detalhamento de armação pilares P10, P11, P22, P24, P25 e P26 .....	63
Figura 35- Detalhamento de armação pilar P14.....	64
Figura 36- Detalhamento de armação pilar P15.....	65
Figura 37- Detalhamento de armação pilar P16.....	66
Figura 38- Detalhamento de armação pilar P17.....	67
Figura 39- Detalhamento de armação pilar P23.....	68
Figura 40- P1 curvatura aproximada .....	69
Figura 41- P1 rigidez k aproximada.....	69
Figura 42- P2 curvatura aproximada .....	69
Figura 43- P2 rigidez k aproximada.....	69
Figura 44- P3 curvatura aproximada .....	69
Figura 45- P3 rigidez k aproximada.....	69
Figura 46- P4 curvatura aproximada .....	69
Figura 47- P4 rigidez k aproximada.....	69
Figura 48- P5 curvatura aproximada .....	69
Figura 49- P5 rigidez k aproximada.....	69
Figura 50- P6 curvatura aproximada .....	69
Figura 51- P6 rigidez k aproximada.....	69
Figura 52- P7 curvatura aproximada .....	70
Figura 53- P7 rigidez k aproximada.....	70
Figura 54- P8 curvatura aproximada .....	70
Figura 55- P8 rigidez k aproximada.....	70
Figura 56- P9 curvatura aproximada .....	70
Figura 57- P9 rigidez k aproximada.....	70
Figura 58- P10 curvatura aproximada .....	70
Figura 59- P10 rigidez k aproximada.....	70
Figura 60- P11 curvatura aproximada .....	70
Figura 61- P11 rigidez k aproximada.....	70
Figura 62- P12 curvatura aproximada .....	70
Figura 63- P12 rigidez k aproximada.....	70
Figura 64- P13 curvatura aproximada .....	71

Figura 65- P13 rigidez k aproximada.....	71
Figura 66- P14 curvatura aproximada .....	71
Figura 67- P14 rigidez k aproximada.....	71
Figura 68- P15 curvatura aproximada .....	71
Figura 69- P15 rigidez k aproximada.....	71
Figura 70- P16 curvatura aproximada .....	71
Figura 71- P16 rigidez k aproximada.....	71
Figura 72- P17 curvatura aproximada .....	71
Figura 73- P17 rigidez k aproximada.....	71
Figura 74- P18 curvatura aproximada .....	71
Figura 75- P18 rigidez k aproximada.....	71
Figura 76- P19 curvatura aproximada .....	72
Figura 77- P19 rigidez k aproximada.....	72
Figura 78- P20 curvatura aproximada .....	72
Figura 79- P20 rigidez k aproximada.....	72
Figura 80- P21 curvatura aproximada .....	72
Figura 81- P21 rigidez k aproximada.....	72
Figura 82- P22 curvatura aproximada .....	72
Figura 83- P22 rigidez k aproximada.....	72
Figura 84- P23 curvatura aproximada .....	72
Figura 85- P23 rigidez k aproximada.....	72
Figura 86- P24 curvatura aproximada .....	72
Figura 87- P24 rigidez k aproximada.....	72
Figura 88- P25 curvatura aproximada .....	73
Figura 89- P25 rigidez k aproximada.....	73
Figura 90- P26 curvatura aproximada .....	73
Figura 91- P26 rigidez k aproximada.....	73
Figura 92- P27 curvatura aproximada .....	73
Figura 93- P27 rigidez k aproximada.....	73
Figura 94- Corte aa do projeto arquitetônico do edificio analisado.....	74

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Dados dos pilares.....	45
Tabela 2- Resultados pilar P1 .....	46
Tabela 3- Resultados pilar P2 .....	46
Tabela 4- Resultados pilar P3 .....	46
Tabela 5- Resultados pilar P4 .....	46
Tabela 6- Resultados pilar P5 .....	46
Tabela 7- Resultados pilar P6 .....	46
Tabela 8- Resultados pilar P7 .....	46
Tabela 9- Resultados pilar P8 .....	46
Tabela 10- Resultados pilar P9 .....	47
Tabela 11- Resultados pilar P10 .....	47
Tabela 12- Resultados pilar P11 .....	47
Tabela 13- Resultados pilar P12 .....	47
Tabela 14- Resultados pilar P13 .....	47
Tabela 15- Resultados pilar P14 .....	47
Tabela 16- Resultados pilar P15 .....	47
Tabela 17- Resultados pilar P16 .....	47
Tabela 18- Resultados pilar P17 .....	47
Tabela 19- Resultados pilar P18 .....	47
Tabela 20- Resultados pilar P19 .....	48
Tabela 21- Resultados pilar P20 .....	48
Tabela 22- Resultados pilar P21 .....	48
Tabela 23- Resultados pilar P22 .....	48
Tabela 24- Resultados pilar P23 .....	48
Tabela 25- Resultados pilar P24 .....	48
Tabela 26- Resultados pilar P25 .....	48
Tabela 27- Resultados pilar P26 .....	48
Tabela 28- Resultados pilar P27 .....	48

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	13
2	OBJETIVOS .....	14
2.1	<i>Objetivo geral</i> .....	14
2.2	<i>Objetivos específicos</i> .....	14
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	15
3.1	<i>Efeitos de 2ª Ordem e Instabilidade</i> .....	15
3.1.1	Efeitos globais e locais de 2ª ordem .....	15
3.1.2	Estruturas de nós fixos e de nós móveis.....	16
3.1.3	Dispensa da Consideração dos Esforços Globais de 2ª Ordem .....	16
3.2	<i>Não-Linearidade Física</i> .....	18
3.3	<i>Não-Linearidade Geométrica</i> .....	19
3.4	<i>Critérios de Projeto Segundo a ABNT NBR 6118:2014</i> .....	19
3.4.1	<i>Dimensões Mínimas</i> .....	19
3.4.2	<i>Índice de Esbeltez</i> .....	20
3.4.3	<i>Imperfeições Geométricas</i> .....	23
3.4.4	<i>Imperfeições Globais</i> .....	23
3.4.5	<i>Imperfeições Locais</i> .....	24
3.4.6	<i>Momento Mínimo</i> .....	25
3.4.7	<i>Armaduras</i> .....	26
3.5	<i>Dispensa da Análise Local de 2ª Ordem</i> .....	27
3.6	<i>Determinação do Efeitos Locais de 2ª Ordem</i> .....	28
3.6.1	<i>Método Exato</i> .....	28
3.6.2	<i>Método Pilar-padrão com Curvatura Aproximada</i> .....	28
3.6.3	<i>Método Pilar-padrão com Rigidez <math>\kappa</math> Aproximada</i> .....	29
3.6.4	<i>Método Pilar-padrão Acoplado a Diagramas M, N, 1/r</i> .....	30

3.6.5	<i>Consideração da Fluência</i> .....	31
3.7	<i>Software PCalc</i> .....	32
4	METODOLOGIA.....	33
4.1	<i>Descrição da Edificação</i> .....	33
4.2	<i>Parâmetros de Dimensionamento</i> .....	33
4.3	<i>Exemplo de Determinação dos Efeitos Locais de 2ª Ordem</i> .....	34
4.3.1	Exemplo Método Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada .....	35
4.3.2	Exemplo Método Pilar-Padrão com Rigidez $\kappa$ Aproximada.....	36
5	ESTUDO DE CASO .....	39
5.1	<i>Verificação da Capacidade Resistente da Seção</i> .....	39
6	ANÁLISE E RESULTADOS.....	45
7	CONCLUSÕES .....	51
	REFERÊNCIAS.....	52
	ANEXO A – plantas do projeto estrutural do edifício analisado.....	53
	ANEXO b – detalhamento de armação dos pilares analisados .....	56
	ANEXO c – diagramas de interação do PCALC.....	69
	ANEXO d– corte do projeto arquitetônico do edifício analisado .....	74

# 1 INTRODUÇÃO

Na elaboração de um projeto estrutural habitualmente é realizado uma avaliação da segurança e equilíbrio na estrutura e uma análise linear elástica de 1ª ordem, cujo objetivo visa determinar as reações e os esforços resultantes dos carregamentos atuantes na estrutura. A análise considera que as deformações na estrutura não causam efeitos nos esforços internos, ou seja, qualquer efeito adicional na estrutura advindo de um possível deslocamento horizontal, não será considerado.

Partindo dessa premissa, considera-se os efeitos de 2ª ordem aqueles que ocorrem devido ao acúmulo das tensões geradas inicialmente dos efeitos de 1ª ordem, isto é, quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada da estrutura.

Diante deste contexto pode-se dizer que, devido ao desenvolvimento da tecnologia dos materiais e dos processos construtivos é possível o planejamento e a execução de edifícios cada vez mais esbeltos, estruturas essas que sofrem grande influência de carregamentos horizontais, e portanto, mais suscetíveis aos efeitos de 2ª ordem.

Na análise de 2ª ordem, as tensões não são proporcionais às deformações, estas são influenciadas pelas deformações, porém, não há uma relação linear entre essas duas grandezas.

Existem dois aspectos que contribuem significativamente para esse comportamento não linear da estrutura, quais sejam: não linearidade física e não linearidade geométrica. Sendo assim, pode-se dizer que o comportamento dos materiais em estudo está relacionado com não linearidade física, enquanto que a análise na posição deformada está relacionada a não linearidade geométrica.

Para alcançar a proposta deste estudo será realizado uma análise dos efeitos de 2ª ordem a partir de métodos aproximados da ABNT NBR 6118/2014, com objetivo de realizar a verificação do dimensionamento de pilares através da armadura pré-definida, resultando em uma avaliação sobre a segurança assegurada em cada um dos métodos utilizados.

Este trabalho busca conferir a armadura apresentada pelo projeto estrutural de um edifício residencial, projetado em 2001, baseado na norma NBR 6118/1978, realizando a verificação da capacidade resistente das seções com o software P-Calc, de acordo com a norma atualizada NBR 6118/2014.

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1 Objetivo geral**

Verificar a segurança no dimensionamento de pilares de um edifício residencial, projetado em 2001 e baseado na norma ABNT NBR 6118/1978, utilizando as informações do projeto estrutural. A segurança será avaliada através dos diagramas de interação e pelos métodos descritos na ABNT NBR: 6118:2014.

### **2.2 Objetivos específicos**

Os objetivos específicos são:

- Analisar o comportamento local das solicitações sobre o pilar, provenientes da posição do elemento dentro do projeto estrutural;
- Analisar as variações dos resultados dos dois métodos de análise utilizados: Método pilar-padrão com curvatura aproximada e método pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada.

## 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 3.1 Efeitos de 2ª Ordem e Instabilidade

De acordo com o item 15.2 da ABNT NBR 6118 (2014, p. 100):

Efeitos de 2ª ordem são aqueles que se somam aos obtidos em uma análise de primeira ordem (em que o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial), quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada.

Os efeitos de 2ª ordem, em cuja determinação deve ser considerado o comportamento não linear dos materiais, podem ser desprezados sempre que não representarem acréscimo superior a 10% nas reações e nas solicitações relevantes na estrutura.

Sabe-se que em uma estrutura de concreto armado é essencial que haja a averiguação da segurança. Para isso é necessário realizar a verificação dos estados limites, que são situações em que a estrutura apresenta desempenho inadequado a finalidade da construção, tornando-a imprópria para uso.

O item 15.2 da ABNT NBR 6118 (2014, p. 99 e 100):

Nas estruturas de concreto armado, o estado-limite último de instabilidade é atingido sempre que, ao crescer a intensidade do carregamento e, portanto, das deformações, há elementos submetidos a flexo-compressão em que o aumento da capacidade resistente passa a ser inferior ao aumento da solicitação.

Existem nas estruturas três tipos de instabilidade:

- a) nas estruturas sem imperfeições geométricas iniciais, pode haver (para casos especiais de carregamento) perda de estabilidade por bifurcação do equilíbrio (flambagem);
- b) em situações particulares (estruturas abatidas), pode haver perda de estabilidade sem bifurcação do equilíbrio por passagem brusca de uma configuração para outra reversa da anterior (ponto - limite com reversão);
- c) em estruturas de material de comportamento não linear, com imperfeições geométricas iniciais, não há perda de estabilidade por bifurcação do equilíbrio, podendo, no entanto, haver perda de estabilidade quando, ao crescer a intensidade do carregamento, o aumento da capacidade resistente da estrutura passa a ser menor do que o aumento da solicitação (ponto-limite sem reversão).

Os dois primeiros casos da citação anterior podem ocorrer para estruturas de material de comportamento linear ou não linear.

#### 3.1.1 Efeitos globais e locais de 2ª ordem

Segundo o item 15.4.1 da ABNT NBR 6118 (2014, p. 102):

Sob a ação das cargas verticais e horizontais, os nós da estrutura deslocam-se horizontalmente. Os esforços de 2ª ordem decorrentes desses deslocamentos são chamados efeitos globais de 2ª ordem. Nas barras da



estrutura, como um lance de pilar, os respectivos eixos não se mantêm retilíneos, surgindo aí efeitos locais de 2ª ordem que, em princípio, afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo delas.

### 3.1.2 Estruturas de nós fixos e de nós móveis

Para efeito de cálculo, o item 15.4.2 da ABNT NBR 6118 (2014, p. 103), classifica as estruturas como de nós fixos ou móveis:

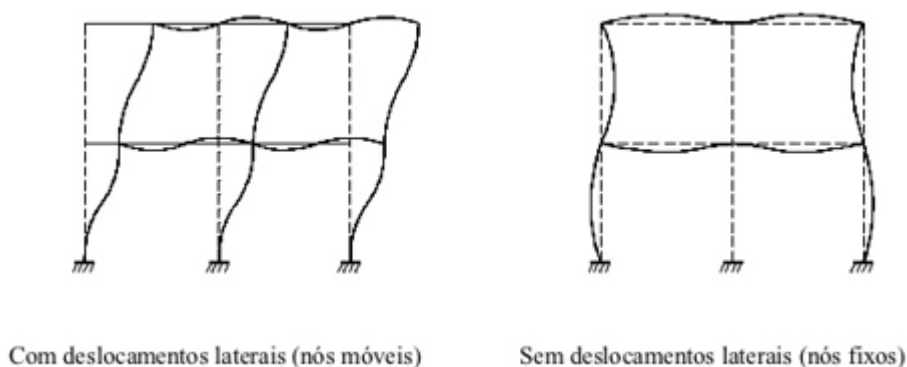
- Nós Fixos:

(...) quando os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, por decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são desprezíveis (inferiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem). Nessas estruturas, basta considerar os efeitos locais e localizados de 2ª ordem.

- Nós Móveis:

(...) são aquelas onde os deslocamentos horizontais não são pequenos e, em decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são importantes (superiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem). Nessas estruturas devem ser considerados tanto os esforços de 2ª ordem globais como os locais e localizados.

Figura 1 – Estruturas de nós móveis e fixos



Fonte: Carneiro; Martins, 2008

### 3.1.3 Dispensa da Consideração dos Esforços Globais de 2ª Ordem

O item 15.5 da ABNT NBR 6118/2014 apresenta dois processos aproximados para verificar a possibilidade de dispensa da consideração dos efeitos globais de 2ª ordem, ou seja, classificando a estrutura como de nós fixos, sem necessidade de cálculo rigoroso. São eles o critério do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e o do critério do coeficiente  $\gamma_z$ .

- Critério do parâmetro de instabilidade  $\alpha$

Segundo o item 15.5.2 da ABNT NBR 6118 (2014, p. 104): “Uma estrutura reticulada simétrica pode ser considerada como sendo de nós fixos se seu parâmetro de instabilidade  $\alpha$  for menor que o valor  $\alpha_1$ , conforme a expressão:

$$\alpha = H_{TOT} \cdot \sqrt{N_k / E_{CS} \cdot I_C} \quad (1)$$

sendo,

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1n \quad \text{se: } n \leq 3$$

$$\alpha_1 = 0,6 \quad \text{se: } n \geq 4$$

onde,

$n$  é o número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$H_{tot}$  é a altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$N_k$  é o somatório de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de  $H_{tot}$ ), com seu valor característico;

$E_{CS} I_C$  representa o somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada.

- Critério do coeficiente  $\gamma_z$

De acordo com o item 15.5.3 da ABNT NBR 6118 (2014, p. 105), este critério é valido para estruturas reticuladas de no mínimo quatro andares. Ele pode ser determinado a partir dos resultados de uma análise linear de 1ª ordem, para cada caso de carregamento.

Considera-se que a estrutura é de nós fixos se for obedecida a seguinte condição:

$$\gamma_z \leq 1,1 \quad (2)$$

sendo,

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (3)$$

onde,

$M_{1,tot,d}$  é o momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais da combinação considerada, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura;

$\Delta M_{tot,d}$  é a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, na combinação considerada, com seus valores de cálculo, pelos

deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de 1ª ordem.

### 3.2 Não-Linearidade Física

Os materiais presentes no concreto armado não apresentam um comportamento elástico perfeito, além de outros fatores, como por exemplo, o efeito de fissuração, fluência, escoamento das armaduras, conferem ao concreto armado um comportamento de não-linearidade física. (PINTO, 1997)

Segundo o item 15.7.3 da ABNT NBR 6118 (2014, p. 106), a não-linearidade física pode ser considerada de maneira aproximada para a análise dos esforços globais de segunda ordem em estruturas reticuladas com o mínimo de quatro andares, tomando-se como rigidez dos elementos estruturais os seguintes valores:

$$\text{- Lajes} \quad (EI)_{sec} = 0,3 E_C I_C \quad (4)$$

$$\text{- Vigas} \quad (EI)_{sec} = 0,4 E_C I_C \quad \text{para } A'_s \neq A_s \text{ e} \quad (5)$$

$$(EI)_{sec} = 0,5 E_C I_C \quad \text{para } A'_s = A_s \quad (6)$$

$$\text{- Pilares} \quad (EI)_{sec} = 0,8 E_C I_C \quad (7)$$

onde,

$(EI)_{sec}$  é o a rigidez secante;

$E_C$  é o módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente inicial do concreto;

$I_C$  é o momento de inércia da seção de concreto sem aço, incluindo as mesas colaborantes quando existentes;

$A'_s$  = área da seção da armadura longitudinal de compressão;

$A_s$  = área da seção da armadura longitudinal de tração;

Nesta consideração aproximada, adotam-se valores constantes para as rigidezes dos elementos, admitindo a linearidade, porém corrigidos por coeficientes redutores. Esses coeficientes têm por objetivo considerar de forma aproximada os efeitos da não linearidade física e reproduzir a variabilidade da rigidez, e apesar de admitir valores fixos para cada elemento, na realidade cada lance de pilares possui

diferentes valores de rigidez. Por esse motivo, não podem ser utilizados para análise local, são usados somente para análise global. (MONCAYO, 2011)

Para os casos de análise local, que é o que está sendo estudado neste trabalho, a não linearidade física é considerada segundo as simplificações preconizadas pela ABNT NBR 6118/2014, de maneira diferenciada, através de um dos seguintes métodos: pilar-padrão com curvatura aproximada, pilar-padrão com rigidez  $k$  aproximada, pilar-padrão acoplado a diagramas  $M$ ,  $N$ ,  $1/r$  e método geral.

### **3.3 Não-Linearidade Geométrica**

A não-linearidade geométrica corresponde aos esforços adicionais provocados pelos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura, advindo das ações aplicadas na mesma. Dessa forma, deve-se levar em conta a análise do equilíbrio da estrutura em sua condição deformada, para a consideração da não-linearidade geométrica.

Em resumo, sob a ação das cargas verticais e horizontais aplicadas na estrutura, os nós da mesma se deslocam horizontalmente. De acordo com Bastos (2015, p. 5) a não-linearidade geométrica é quando as deformações provocam esforços adicionais que precisam ser considerados no cálculo, gerando os chamados esforços de segunda ordem.

A não-linearidade geométrica pode ser levada em conta numa estrutura por meio de diferentes métodos. Levando-se em conta o modelo global da estrutura, podemos adotar o método P-Delta.

De acordo com Longo (2008), o processo P-Delta é um método aproximado empregado na avaliação dos efeitos globais de segunda ordem. Determinando forças horizontais fictícias que gerem momentos equivalentes aos momentos de segunda ordem. Até que a posição final de equilíbrio seja obtida, essas forças equivalentes são calculadas.

### **3.4 Critérios de Projeto Segundo a ABNT NBR 6118:2014**

#### **3.4.1 Dimensões Mínimas**

São fixadas no item 13.2.3 da ABNT NBR 6118:2014, as dimensões mínimas da seção transversal de pilares. Conforme o item, a seção transversal de pilares não deve apresentar dimensão menor que 19 cm, qualquer que seja sua forma.

Em casos especiais permite-se a consideração de dimensões entre 14 cm e 19 cm, desde que se multipliquem as ações a serem consideradas no dimensionamento por um coeficiente adicional  $\gamma_n$  conforme a tabela a seguir. Em qualquer caso, a norma não permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm<sup>2</sup>.

Figura 2 – Coeficiente de majoração em função da menor dimensão do pilar

$b$ cm	$\geq 19$	18	17	16	15	14
$\gamma_n$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

onde,

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 b \quad (8)$$

$b$  é a menor dimensão da seção transversal do pilar, expressa em centímetros (cm).

O coeficiente  $\gamma_n$  deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo quando de seu dimensionamento.

### 3.4.2 Índice de Esbeltez

Segundo Cardoso Junior (2014), “o índice de esbeltez  $\lambda$  é um parâmetro que indica o quanto o pilar é esbelto, e por consequência, o quanto é influenciado pelos efeitos locais de segunda ordem.”

De acordo com o item 15.8.2 da ABNT NBR 6118:2014, o índice de esbeltez é a razão entre o comprimento de flambagem e o raio de giração da seção transversal, segundo a direção considerada:

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (9)$$

com o raio de giração sendo:  $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$

Para seção retangular o índice de esbeltez é:

$$\lambda = \frac{3,46 l_e}{h} \quad (10)$$

onde,

$l_e$  = comprimento equivalente do elemento comprimido (pilar);

$i$  = raio de giração da seção transversal;

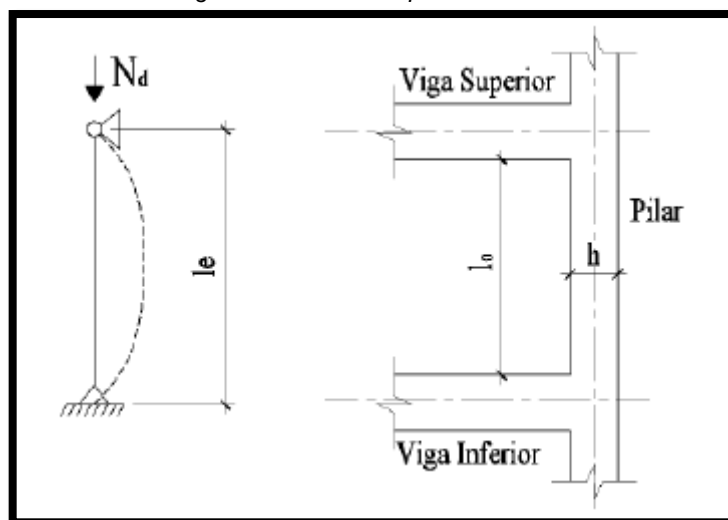
$I$  = momento de inércia;

$A$  = área da seção transversal do pilar;

$h$  = dimensão do pilar na direção considerada.

Devem ser considerados, isoladamente, como bi rotulados, os trechos de pilares entre pisos, como na figura a seguir:

Figura 3 – Modelo de pilar bi - rotulado



Fonte: Regalla, 2015

Segundo o item 15.6 da ABNT NBR 6118 (2014, p. 105):

Nas estruturas de nós fixos, o cálculo pode ser realizado considerando cada elemento comprimido isoladamente, como barra vinculada nas extremidades aos demais elementos estruturais que ali concorrem, onde se aplicam os esforços obtidos pela análise da estrutura efetuada segundo a teoria de 1ª ordem.

Assim, o comprimento equivalente ( $l_e$ ), do elemento comprimido (pilar), suposto vinculado em ambas as extremidades, segundo o item 15.6 da ABNT NBR 6118 deve ser o menor dos seguintes valores:

$$l_e \leq \begin{cases} l_o + h \\ l \end{cases} \quad (11)$$

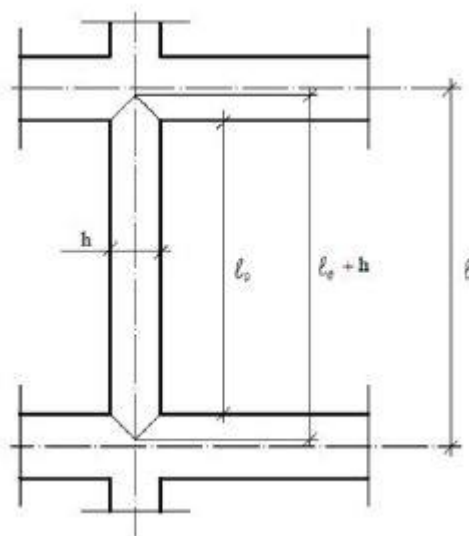
onde,

$l_o$  = distância entre as faces internas dos elementos estruturais que vinculam o pilar;

$h$  = altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura em estudo;

$l$  = distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

Figura 4 – Determinação do comprimento equivalente  $l_e$



Fonte: Bastos, 2015

Os métodos de cálculos de pilares são empregados de acordo com seu índice de esbeltez. Quanto mais esbelto for o pilar, mais refinado deve ser o seu cálculo, pois os efeitos locais de segunda ordem são mais significativos e a tendência de perda de estabilidade é maior (SANDER, 2014).

De acordo com o item 15.8.1 da ABNT NBR 6118, os pilares devem possuir índice de esbeltez menor ou igual a 200 ( $\lambda \leq 200$ ). Apenas em caso de elementos com força normal inferior a  $0,19 F_{cd} \cdot A_c$ , aceita-se índice de esbeltez superior a 200, como por exemplo, no caso de postes.

Em função do índice de esbeltez, os pilares podem ser classificados como:

- Pilar curto se  $\lambda \leq 35$ ;
- Pilar médio se  $35 < \lambda \leq 90$ ;
- Pilar medianamente esbelto se  $90 < \lambda \leq 140$ ;
- Pilar esbelto se  $140 < \lambda \leq 200$ .

Nas estruturas usuais de concreto armado, os pilares curtos e médios representam a grande maioria dos pilares das edificações. Já os pilares medianamente esbeltos e esbeltos são bem menos frequentes. Porém em casos de pilares com índice de esbeltez superior a 140, deve-se multiplicar os esforços solicitantes finais de cálculo por um coeficiente adicional  $\gamma_{n1} = 1 + [0,01 \cdot (\lambda - 140) / 1,4]$ .

### 3.4.3 Imperfeições Geométricas

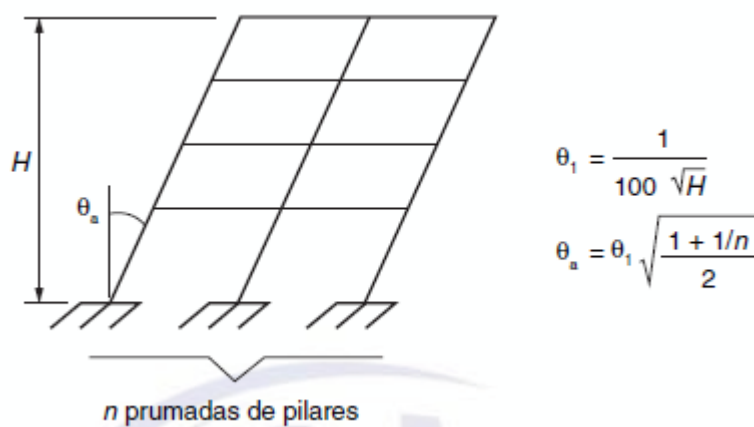
De acordo com item 11.3.3.4 da ABNT NBR 6118 (2014, p. 58):

Na verificação do estado-limite último das estruturas reticuladas, devem ser consideradas as imperfeições geométricas do eixo dos elementos estruturais da estrutura descarregada. Essas imperfeições podem ser divididas em dois grupos: imperfeições globais e imperfeições locais.

### 3.4.4 Imperfeições Globais

Segundo o item 11.3.3.4.1 da ABNT NBR 6118, na análise global das estruturas reticuladas, sejam elas contraventadas ou não, deve ser considerado um desaprumo dos elementos verticais, conforme a Figura 5.

Figura 5 – Imperfeições geométricas globais



Fonte: NBR 6118 (2014)

onde,

$\theta_{1 \min} = 1/300$  para estruturas reticuladas e imperfeições locais;

$\theta_{1 \max} = 1/200$ ;

$H$  = altura total da edificação, expressa em metros (m);

$n$  = número de prumadas de pilares no pórtico plano.

para edifícios com predominância de lajes lisas ou cogumelo, considerar  $\theta_a = \theta_1$ .

para pilares isolados em balanço, deve-se adotar  $\theta_1 = 1/200$ .

Ainda no mesmo item 11.3.3.4.1 da ABNT NBR 6118, a consideração das ações de vento e desaprumo devem ser realizadas das seguintes formas:

- Quando 30 % da ação do vento for maior que a ação do desaprumo, considera-se somente a ação do vento.



b) Quando a ação do vento for inferior a 30 % da ação do desaprumo, considera-se somente o desaprumo respeitando a consideração de  $\theta_{1\min}$ , conforme definido acima.

c) Nos demais casos, combina-se a ação do vento e desaprumo, sem necessidade da consideração do  $\theta_{1\min}$ . Nessa combinação, admite-se considerar ambas as ações atuando na mesma direção e sentido como equivalentes a uma ação do vento, portanto como carga variável, artificialmente amplificada para cobrir a superposição.

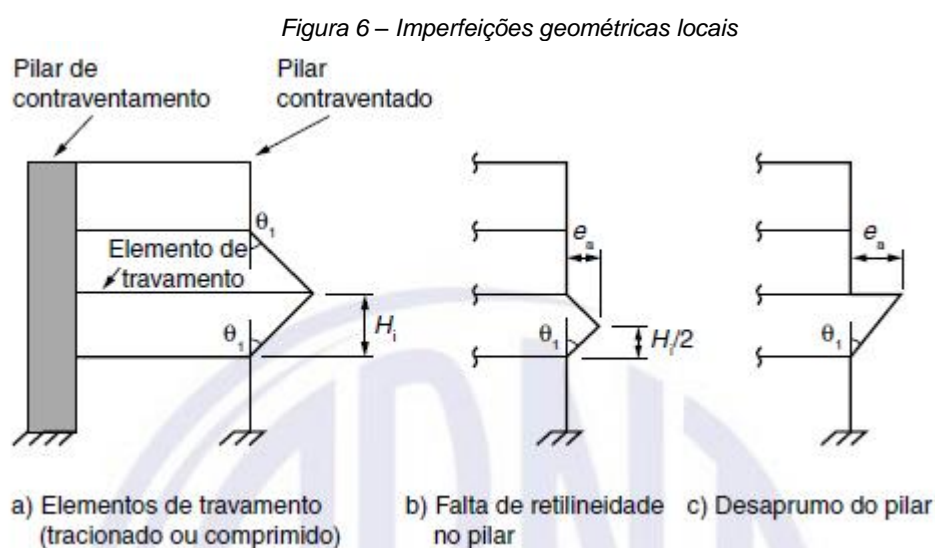
Em resumo a sobreposição das ações de vento e desaprumo não será necessária quando o menor valor entre eles não ultrapassar 30% do maior valor. Essa comparação pode ser feita com os momentos totais na base da construção e em cada direção e sentido da aplicação da ação do vento. Nesta comparação, deve-se considerar o desaprumo correspondente a  $\theta_a$ , não se considerando  $\theta_{1\min}$ .

O desaprumo não precisa ser considerado para os Estados Limites de Serviço.

### 3.4.5 Imperfeições Locais

De acordo com item 11.3.3.4.2 da ABNT NBR 6118, “No caso de elementos que ligam pilares contraventados a pilares de contraventamento, usualmente vigas e lajes, deve ser considerada a tração decorrente do desaprumo do pilar contraventado”.

No projeto deve ser considerado, no caso do dimensionamento ou verificação de um lance de pilar, o efeito do desaprumo ou da falta de retilidade do eixo do pilar, conforme mostrado na Figura 6.



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

Também neste mesmo item, “admite-se que, nos casos usuais de estruturas reticuladas, a consideração apenas da falta de retilineidade ao longo do lance de pilar seja suficiente.”

### 3.4.6 Momento Mínimo

Segundo o item 11.3.3.4.3 da ABNT NBR 6118, “o efeito das imperfeições locais nos pilares e pilares-parede pode ser substituído, em estruturas reticuladas, pela consideração do momento mínimo de 1ª ordem dado a seguir:”

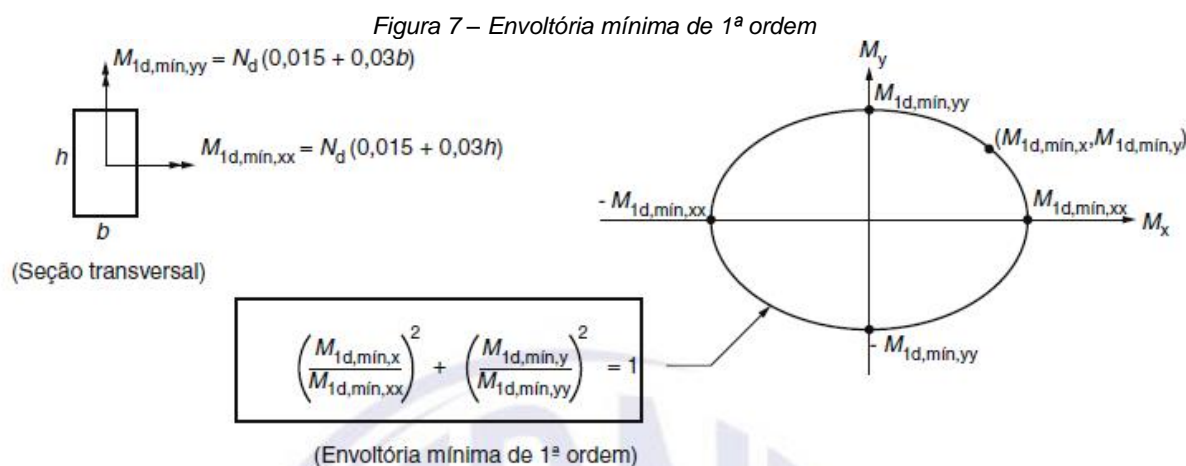
$$M_{1d,min} = N_d (0,015 + 0,03 \cdot h) \quad (12)$$

onde,

$h$  = altura total da seção transversal na direção considerada, expressa em metros (m).

Admite-se que o efeito das imperfeições locais esta atendido se for respeitado esse valor de momento total mínimo, nas estruturas reticulares usuais. Quando necessário, a este momento, devem-se acrescidos os momentos de 2ª ordem.

Para pilares de seção retangular, tem-se a favor da segurança, envoltória mínima de 1ª ordem definida pela ABNT NBR 6118 apresentada na Figura 7.



Sendo:  $M_{1d,min,xx}$  e  $M_{1d,min,yy}$  as componentes em flexão composta normal e  
 $M_{1d,min,x}$  e  $M_{1d,min,y}$  as componentes em flexão composta oblíqua

Fonte: NBR 6118 (2014)

Considere-se que foi atendida a verificação do momento mínimo, quando, por meio do dimensionamento adotado, obtém-se um envoltória resistente que abrange a envoltória mínima de 1ª ordem.

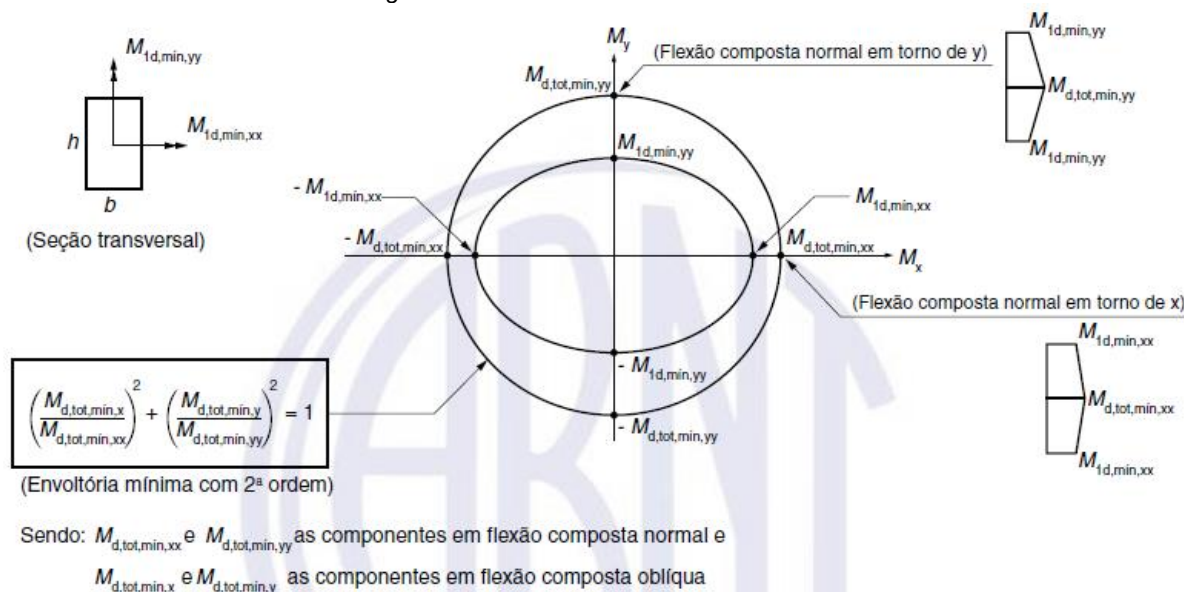
Quando se houver a necessidade de se calcular os efeitos de 2ª ordem em alguma das direções do pilar, devem-se considerar a envoltória mínima com 2ª ordem

para a verificação do momento mínimo, conforme o item 15.3.2 da ABNT NBR 6118 (2014, p. 101):

Para pilares de seção retangular, quando houver a necessidade de calcular os efeitos locais de 2ª ordem, a verificação do momento mínimo pode ser considerada atendida quando, no dimensionamento adotado, obtém-se uma envoltória resistente que englobe a envoltória mínima com 2ª ordem, cujos momentos totais são calculados a partir dos momentos mínimos de 1ª ordem e de acordo com 15.8.3.

A consideração desta envoltória mínima pode ser realizada através de duas análises à flexão composta normal, calculadas de forma isolada e com momentos fletores mínimos e 1ª ordem atuantes nos extremos do pilar, nas suas direções principais.

Figura 8 – Envoltória mínima com 2ª ordem



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

### 3.4.7 Armaduras

Na ABNT NBR 6118, item 17.3.5.3 apresenta valores-limites para as armaduras longitudinais referentes às peças de concreto, sendo para pilares:

- Armadura mínima:

$$A_{s,min} = (0,15 N_d / f_{yd}) \geq 0,004 A_c \quad (13)$$

onde,

$N_d$  = valor da força normal de cálculo;

$f_{yd}$  = tensão de escoamento do aço;

$A_c$  = área da seção transversal do pilar.

- Armadura máxima:

$$A_{s,máx} = 0,08 A_c \quad (14)$$

A máxima armadura permitida em pilares deve considerar inclusive a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda.

### 3.5 Dispensa da Análise Local de 2ª Ordem

O item 15.8.2 da ABNT NBR 6118 preconiza que os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor-limite  $\lambda_1$  estabelecido neste item. Este valor depende de diversos fatores, segundo o mesmo item os principais são:

- Excentricidade relativa de 1ª ordem  $e_1/h$  na extremidade do pilar onde ocorre o momento de 1ª ordem de maior valor absoluto;
- Vinculação dos extremos da coluna isolada;
- Forma do diagrama de momentos de 1ª ordem.

O valor  $\lambda_1$  pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 e_1/h}{\alpha_b} \quad (15)$$

onde,

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90.$$

O valor de  $\alpha_b$  deve ser obtido conforme estabelecido a seguir:

- a) Para pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad (16)$$

sendo,

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4$$

onde,

$M_A$  e  $M_B$  = os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar. Deve ser adotado para  $M_A$  o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para  $M_B$  o sinal positivo, se tracionar a mesma face que  $M_A$ , e negativo, em caso contrário.

- b) Para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:  $\alpha_b = 1,0$

- c) Para pilares em balanço:

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \frac{M_C}{M_A} \geq 0,85 \quad (17)$$

sendo,

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,85$$

onde,

$M_A$  = momento de 1ª ordem no engaste;

$M_C$  = momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

- d) Para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo, estabelecido no item 11.3.3.4.3 da ABNT NBR 6118:

$$\alpha_b = 1,0$$

### 3.6 Determinação do Efeitos Locais de 2ª Ordem

De acordo com o item 15.8.3 da ABNT NBR 6118, o cálculo dos efeitos locais de 2ª ordem de barras submetidas a flexo-compressão normal, pode ser feito método exato ou por métodos aproximados. Além disso, a norma também determina que a consideração da fluência é obrigatória para  $\lambda > 90$ .

Esses métodos serão brevemente apresentados neste tópico, conforme definido na ABNT NBR 6118/2014. A aplicação dos métodos será ilustrada com exemplos numéricos no próximo capítulo.

#### 3.6.1 Método Exato

Segundo o item 15.8.3.3 da ABNT NBR 6118, “consiste na análise não linear de 2ª ordem efetuada com discretização adequada da barra, consideração da relação momento-curvatura real em cada seção e consideração da não linearidade geométrica de maneira não aproximada. ”

Este método é obrigatório para pilares com  $\lambda > 140$ , logo, tanto a não linearidade geométrica quanto a não linearidade física devem ser consideradas de maneira refinada.

#### 3.6.2 Método Pilar-padrão com Curvatura Aproximada

Este método pode ser empregado para pilares com  $\lambda \leq 90$ , com seção constante e armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo, de acordo com prescrito no item 15.8.3.3.2 da ABNT NBR 6118.

Neste método, a não linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal, enquanto que a não linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura crítica. O momento máximo do pilar é calculado pela seguinte expressão:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10 r} \geq M_{1d,A} \quad (18)$$

onde,

$\alpha_b$ = parâmetro definido no item 3.5;

$N_d$ = força normal solicitante de cálculo;

$l_e$ = comprimento de flambagem;

O momento  $M_{1d,A}$  é o valor de cálculo de 1ª ordem do momento  $M_A$ , que deve ser maior ou igual ao momento mínimo  $M_{1d,min}$  (equação 12). Contudo o valor de  $1/r$  é a curvatura na seção crítica, avaliada pela expressão aproximada:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h (v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (19)$$

sendo,

$h$ = altura da seção na direção considerada

Já a força normal adimensional ( $v$ ) definida pela seguinte expressão:

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (20)$$

Na equação, a força normal de compressão  $N_d$  é tomada como seu valor em módulo.

### 3.6.3 Método Pilar-padrão com Rigidez $\kappa$ Aproximada

Tal como o método anterior, este método pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com  $\lambda \leq 90$ , armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo, no entanto apenas em casos onde a seção é retangular e constante.

Mais uma vez, a não linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal, entretanto, a não linearidade física deve ser considerada através de uma expressão aproximada da rigidez.

O cálculo do momento total máximo  $M_{Sd,tot}$ , incluindo os efeitos de segunda ordem, deve ser realizado de forma iterativa em função da rigidez adimensional  $\kappa$ , de acordo com as seguintes expressões:

$$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa / v}} \geq M_{1d,A} \quad (21)$$

$$\kappa = \kappa_{prox} = 32 \left( 1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{h N_d} \right) v \quad (22)$$

Para evitar o cálculo iterativo citado acima, pode-se obter o momento total de cálculo substituindo a equação 22 em 21, chega-se a formulação direta dada pela seguinte equação:

$$M_{Sd,tot} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} \quad (23)$$

onde,

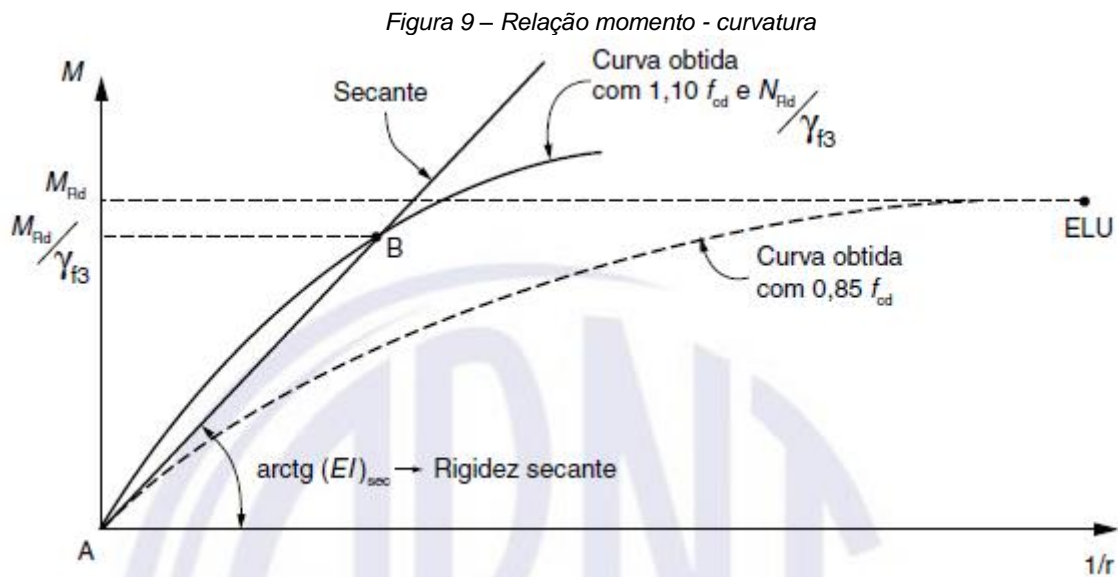
$$A = 5h;$$

$$B = h^2 N_d - \frac{N_d l_e^2}{320} - 5h \alpha_b M_{1d,A};$$

$$C = -N_d h^2 \alpha_b M_{1d,A}.$$

### 3.6.4 Método Pilar-padrão Acoplado a Diagramas M, N, 1/r

Conforme prescrito no item 15.8.3.3.4 da ABNT NBR 6118, a avaliação dos efeitos locais de 2ª ordem em pilares com  $\lambda \leq 140$  pode ser feita pelo método do pilar-padrão melhorado, que é o método do pilar-padrão q aplicado em conjunto com a rigidez  $\kappa$  obtida através da linearização da curva M, N, 1/r, conforme a figura 9.



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

A rigidez secante  $EI_{sec}$  é obtida pela reta AB e pode ser utilizada em processos aproximados para flexão composta normal ou oblíqua.

A curva cheia AB é obtida considerando o valor de força normal igual a  $N_{Rd}/\gamma_{f3}$ , a mesma é a favor da segurança, linearizada pela reta AB.

A curva tracejada é obtida com os valores de cálculo das resistências do concreto e do aço, é utilizada somente para definir o esforço resistente  $M_{Rd}$  em função de  $N_{Rd}$  (ponto máximo).

O momento total máximo  $M_{sd,tot}$  é calculado pela mesma equação 21. Contudo, a rigidez  $\kappa$  é dada pela rigidez secante adimensional  $\kappa_{sec}$ , dada pela seguinte expressão:

$$\kappa_{sec} = \frac{EI_{sec}}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad (24)$$

onde,

$h$  = altura da seção considerada

É preciso que a armadura do pilar seja previamente conhecida para aplicação deste método, a mesma é necessária para construir a curva M, N, 1/r. Segundo Sander (2014), “assim, o dimensionamento direto passa a ser realizado por um processo iterativo de verificações. ”

### 3.6.5 Consideração da Fluência

Segundo o item 15.8.4 da ABNT NBR 6118, a consideração da fluência é obrigatória em pilares com índice de esbeltez  $\lambda > 90$  e pode ser efetuada de maneira aproximada, através de uma excentricidade adicional  $e_{cc}$  dada por:

$$e_{cc} = \left( \frac{M_{sg}}{N_{sg}} + e_a \right) \left( 2,718^{\frac{\varphi N_{sg}}{N_e - N_{sg}}} - 1 \right) \quad (25)$$

onde,

$$N_e = \frac{10 E_{ci} I_c}{l_e^2}$$

$e_a$  = excentricidade devida a imperfeições locais, conforme a Figura 6;

$M_{sg}$  e  $N_{sg}$  = os esforços solicitantes devidos à combinação quase permanente;

$\varphi$  = coeficiente de fluência;

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente inicial do concreto, referindo-se sempre ao módulo cordal;

$I_c$  = momento de inércia da seção de concreto;

$l_e$  = comprimento equivalente.

A consideração do efeito de segunda ordem deve ser feita como se fosse um efeito imediato, que se soma à excentricidade de primeira ordem  $e_1$ .



### **3.7 Software PCalc**

O Programa Computacional PCalc, é um software desenvolvido pelo Engenheiro Sander Cardoso Júnior, em linguagem Java, para análise de pilares submetidos à flexão composta oblíqua com a consideração da não-linearidade física e geométrica. O PCalc explora todos os métodos que a norma ANBT NBR 6118/2014 oferece para a avaliação dos efeitos locais de 2º ordem em pilares, podendo o usuário escolher entre os quatros métodos propostos pela norma. Iremos abordar mais detalhes sobre o funcionamento do software no estudo de caso desse trabalho.

## 4 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho consiste em conferir a armadura apresentada pelo projeto estrutural de um edifício estrutural projetado em 2001, baseado na norma ABNT NBR 6118/1978. Será verificada a capacidade resistente das seções com o software P-Calc, que foi baseado na norma ABNT NBR 6118/2014, e também, utilizando dois métodos de determinação dos efeitos de 2ª ordem da ABNT NBR 6118/2014, sendo eles: o método pilar-padrão com curvatura aproximada e o método pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada, descritos anteriormente nos itens 3.6.2 e 3.6.3 deste trabalho.

### 4.1 Descrição da Edificação

Neste trabalho foi averiguado exemplares de três tipos diferentes de pilares: pilares intermediários, pilares de extremidade e pilares de canto, sendo que todos com índice de esbeltez inferior a 90. Esses pilares são provenientes de um projeto estrutural de um edifício residencial de 4 pavimentos, projetado há 18 anos. Do projeto estrutural, foram extraídos dados como: geometria do pilar, esforço normal e forças atuantes nas duas direções dos pilares retangulares apresentados nas plantas do projeto estrutural, localizada nos Anexos A e C.

### 4.2 Parâmetros de Dimensionamento

Para a realização dos cálculos foram utilizados alguns parâmetros determinados, tanto no dimensionamento quanto no P-Calc, sendo eles:

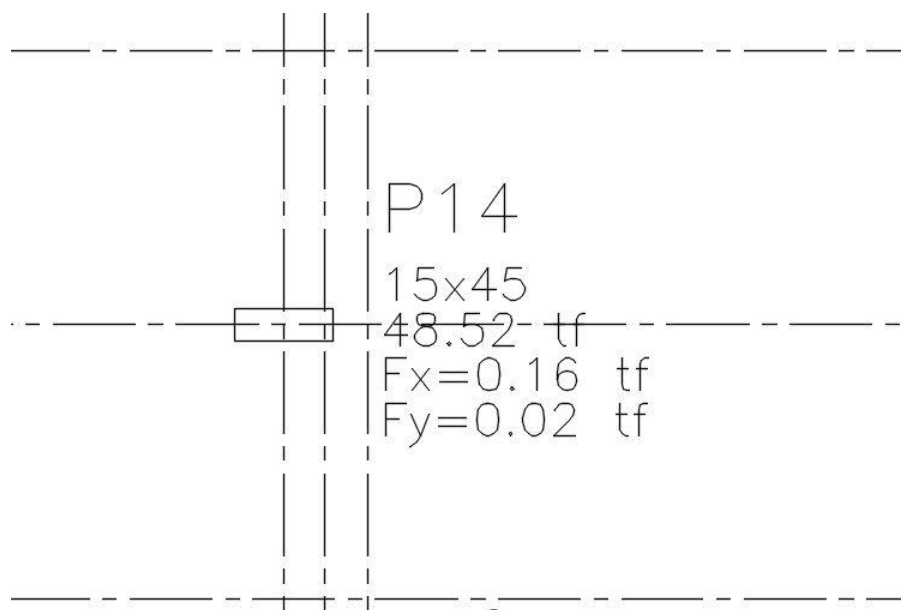
- a) Concreto C20 (20 Mpa);
- b) Armadura longitudinal com aço CA-50;
- c)  $\gamma_f = 1,4$ ;
- d)  $\gamma_s = 1,15$ ;
- e)  $\varepsilon_s = 210 \text{ GPa}$ ;
- f) Cobrimento de armadura = 15 mm;

Todos os momentos de 2ª ordem foram calculados, independente se o índice de esbeltez resultou em valor inferior ao índice de esbeltez limite, onde tal verificação pode ser desprezada.

### 4.3 Exemplo de Determinação dos Efeitos Locais de 2ª Ordem

Para melhor assimilação dos métodos, será exposto a seguir a memória de cálculo dos efeitos de 2ª ordem para o pilar P14, pelos dois métodos apresentados. O pilar P14 foi escolhido para ser exemplificado pois é o pilar mais solicitado.

Figura 10 – Imagem aproximada da planta de locação do projeto estrutural do edifício estudado



Fonte: FÁRIA, 2001

Dados do pilar:

- a) Seção transversal = 15 x 45 cm (eixo x e eixo y, respectivamente);
- b) Armadura longitudinal = 10  $\varnothing$  16,0 mm;
- c) Comprimento equivalente = 285 cm;
- d) Esforço normal solicitante (Nk) = 485,2 kN (compressão);
- e) Momentos solicitantes:  
 $M_{sk,x}$  (base) = 4,48 kN.m  
 $M_{sk,y}$  (base) = 0,56 kN.m

Aplicando o coeficiente  $\gamma_f = 1,4$ , temos os esforços de cálculo:

- a)  $N_d = 679,3$  kN
- b)  $M_{sd,x}$  (base) = 6,3 kN.m
- c)  $M_{sd,y}$  (base) = 0,8 kN.m

#### 4.3.1 Exemplo Método Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada

Momentos em torno do eixo X:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A}$$

onde,

$$M_{1d,A} = 6,3 \text{ kN.m}$$

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{679,3}{\left(675 \cdot \frac{2,0}{1,4}\right)} = 0,70444$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h_y(v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h_y}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{0,45(0,70444+0,5)} \leq \frac{0,005}{0,45}$$

$$\frac{1}{r} = 0,00923 \leq 0,01111$$

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40$$

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{0}{6,3} = 0,60$$

$$l_e = 2,85 \text{ m}$$

$$M_{d,tot,x} = 0,6 \cdot 6,3 + 679,3 \frac{2,85^2}{10} (0,00923) = 8,9 \text{ kN.m}$$

Momentos em torno do eixo Y:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A}$$

onde,

$$M_{1d,A} = 0,8 \text{ kN.m}$$

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{679,3}{\left(675 \cdot \frac{2,0}{1,4}\right)} = 0,70444$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h_x(v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h_x}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{0,15 (0,70444+0,5)} \leq \frac{0,005}{0,15}$$

$$\frac{1}{r} = 0,02768 \leq 0,03333$$

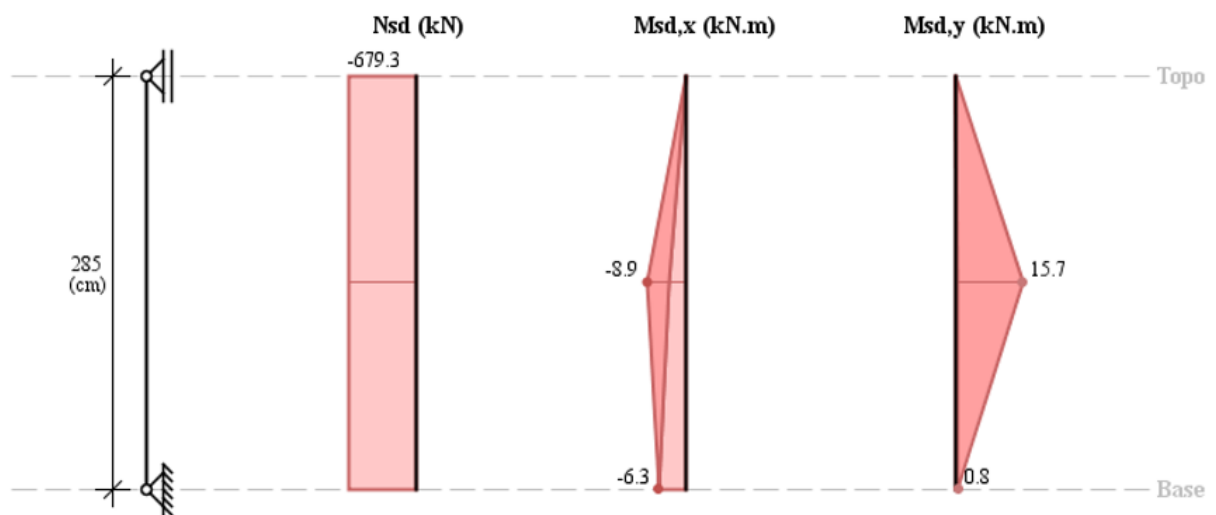
$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40$$

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{0}{0,8} = 0,60$$

$$l_e = 2,85 \text{ m}$$

$$M_{d,tot,x} = 0,6 \cdot 0,8 + 679,3 \frac{2,85^2}{10} (0,02768) = 15,7 \text{ kN.m}$$

Figura 11 – Esforços solicitantes de cálculo – Método Curvatura Aproximada



Fonte: PCalc

#### 4.3.2 Exemplo Método Pilar-Padrão com Rigidez $\kappa$ Aproximada

Momento em torno do eixo X:

$$M_{Sd,tot} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A}$$

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40$$

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{0}{6,3} = 0,60$$

$$A = 5h_y$$

$$A = 5 \cdot 0,45 = 2,25 \text{ m}$$

$$B = h_y^2 N_d - \frac{N_d l_e^2}{320} - 5h_y \alpha_b M_{1d,A}$$

$$B = 0,45^2 \cdot 679,3 - \frac{679,3 \cdot 2,85^2}{320} - 5 \cdot 0,45 \cdot 0,6 \cdot 6,3 = 111,84496 \text{ kN.m}^2$$

$$C = -N_d h^2 \alpha_b M_{1d,A}$$

$$C = -679,3 \cdot 0,45^2 \cdot 0,6 \cdot 6,3 = 517,64397 \text{ kN}^2.\text{m}^3$$

$$M_{Sd,tot,x} = \frac{-111,84496 + \sqrt{111,84496^2 - 4 \cdot 2,25 \cdot 517,64397}}{2 \cdot 2,25} = 4,3 \text{ kN.m}$$

Momento em torno do eixo Y:

$$M_{Sd,tot} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A}$$

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40$$

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{0}{0,8} = 0,60$$

$$A = 5h_x$$

$$A = 5 \cdot 0,15 = 0,75 \text{ m}$$

$$B = h_x^2 N_d - \frac{N_d l_e^2}{320} - 5h_x \alpha_b M_{1d,A}$$

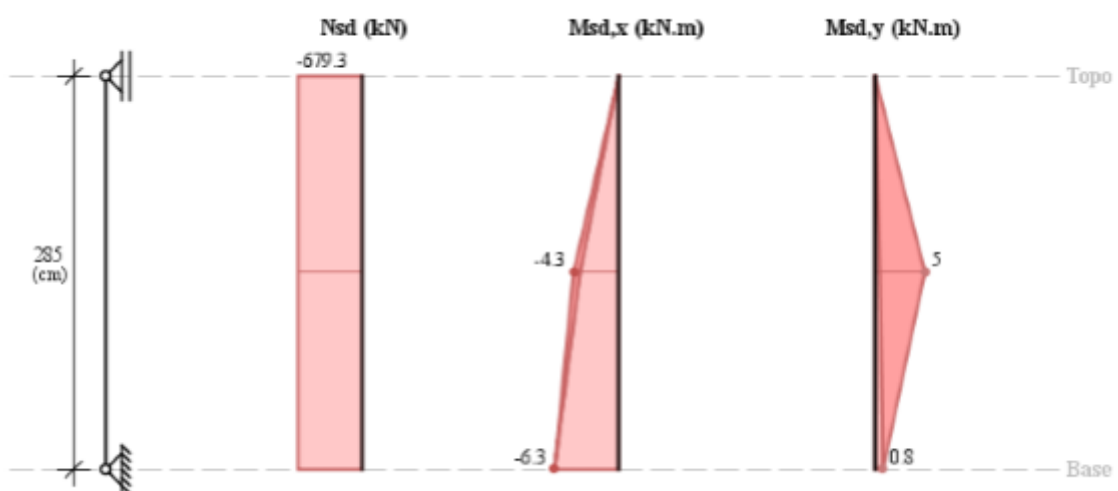
$$B = 0,15^2 \cdot 679,3 - \frac{679,3 \cdot 2,85^2}{320} - 5 \cdot 0,15 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = -2,31104 \text{ kN.m}^2$$

$$C = -N_d h^2 \alpha_b M_{1d,A}$$

$$C = -679,3 \cdot 0,15^2 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 7,1895 \text{ kN}^2.\text{m}^3$$

$$M_{Sd,tot,x} = \frac{-2,31104 + \sqrt{-2,31104^2 - 4 \cdot 0,75 \cdot 7,1895}}{2 \cdot 0,75} = 5 \text{ kN.m}$$

Figura 12 – Esforços solicitantes de cálculo – Método Rigidez  $\kappa$  Aproximada



Fonte: PCalc

## 5 ESTUDO DE CASO

### 5.1 Verificação da Capacidade Resistente da Seção

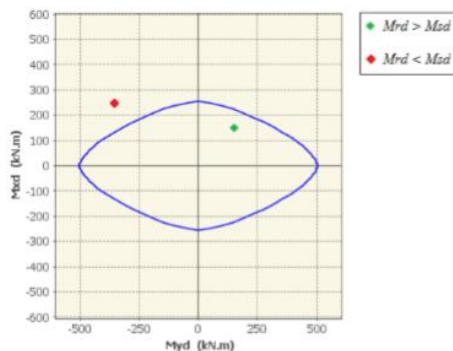
Por meio do aplicativo P-Calc, desenvolvido por Cardoso Júnior (2014), é possível realizar a verificação dos pilares utilizando os métodos de determinação dos efeitos locais de 2ª ordem dispostos na ABNT NBR 6118 (2014). Essa análise é realizada pela inserção dos dados geométricos e dados físicos dos pilares e armaduras, em conjunto com os momentos fletores e esforços axiais que atuam no elemento isolado.

Segundo Cardoso Júnior (2014), os resultados obtidos são expressos através de gráficos de tensão, deformação e diagramas de interação força normal (N) e momento fletor ( $M_x$  e  $M_y$ ), que são utilizados na verificação da capacidade resistente da seção dada/expresa através de um fator de segurança (FS).

O programa determina a profundidade da linha neutra da seção ( $x_{LN}$ ), a partir de um determinado valor de esforço normal (N) e um ângulo de orientação da linha neutra ( $\alpha$ ). Com o resultado da profundidade da linha neutra, pode-se calcular então os valores dos momentos resistentes  $M_{R,x}$  e  $M_{R,y}$ , que são os valores limites os quais levam a seção à ruptura. (Cardoso Júnior, 2014)

Conforme Cardoso Júnior (2014), em cada ângulo  $\alpha$  e um esforço normal  $N_{Sd}$  calcula-se um par de momentos resistentes, variando o ângulo  $\alpha$  de 0° a 360°. Com esses pares  $M_{rx}$  e  $M_{ry}$ , obtém-se o digrama de interação esforço normal – momento fletor. Desta forma, a verificação da segurança é feita de forma simples, através da inserção dos pontos referentes aos momentos solicitantes  $M_{sd,x}$  e  $M_{sd,y}$ . Se o ponto estiver dentro do diagrama a segurança está garantida, pois os esforços solicitantes são inferiores aos esforços resistentes. Caso contrário, se o ponto estiver fora do diagrama, a segurança não estará garantida.

Figura 13 – Diagrama de interação força normal – momento fletor



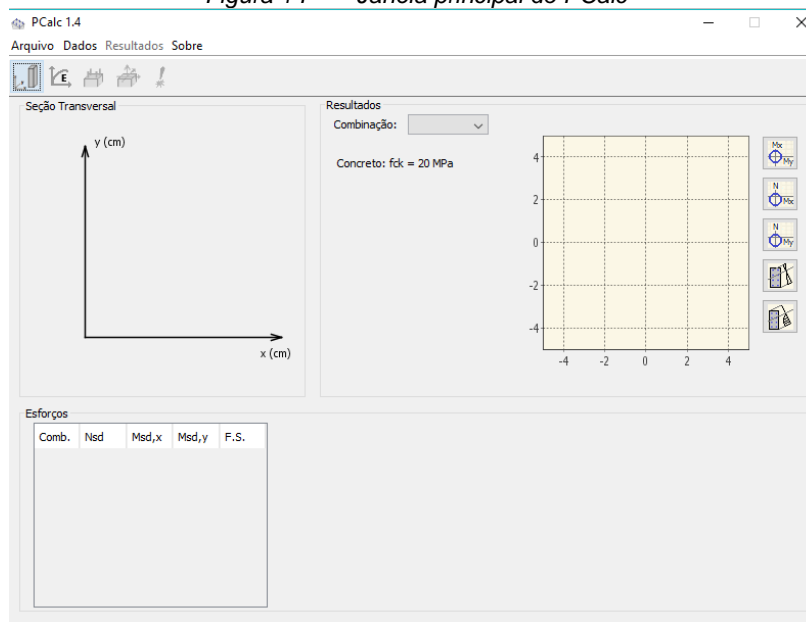
Fonte: Cardoso Júnior, 2014



O fator de segurança é dado pela relação entre o momento resistente e o momento solicitante ( $M_{rd}/M_{sd}$ ), sendo que a verificação quanto ao estado limite último é atendida quando  $FS > 1,00$ . (CARDOSO JUNIOR, 2014)

A janela principal do aplicativo é de fácil operação, com acesso rápido para a inserção de dados e coleta de resultados.

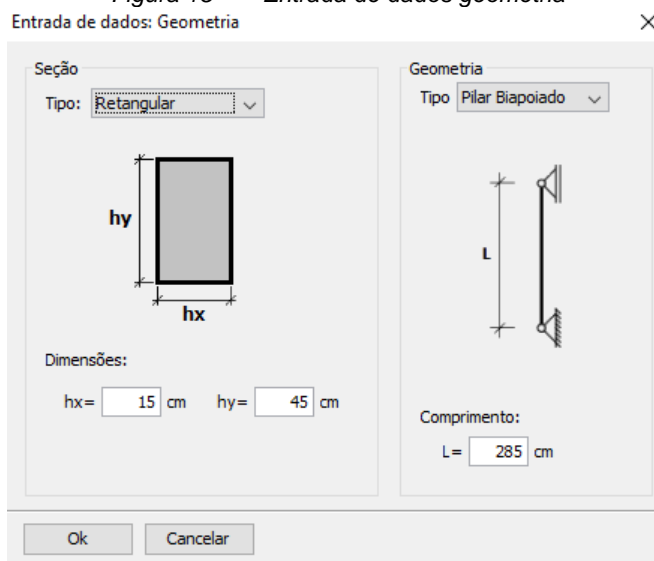
Figura 14 – Janela principal do PCalc



Fonte: PCalc

Na janela de entrada de dados da geometria, são definidos: o tipo da seção transversal do pilar, as dimensões da seção, a vinculação do pilar e o comprimento equivalente.

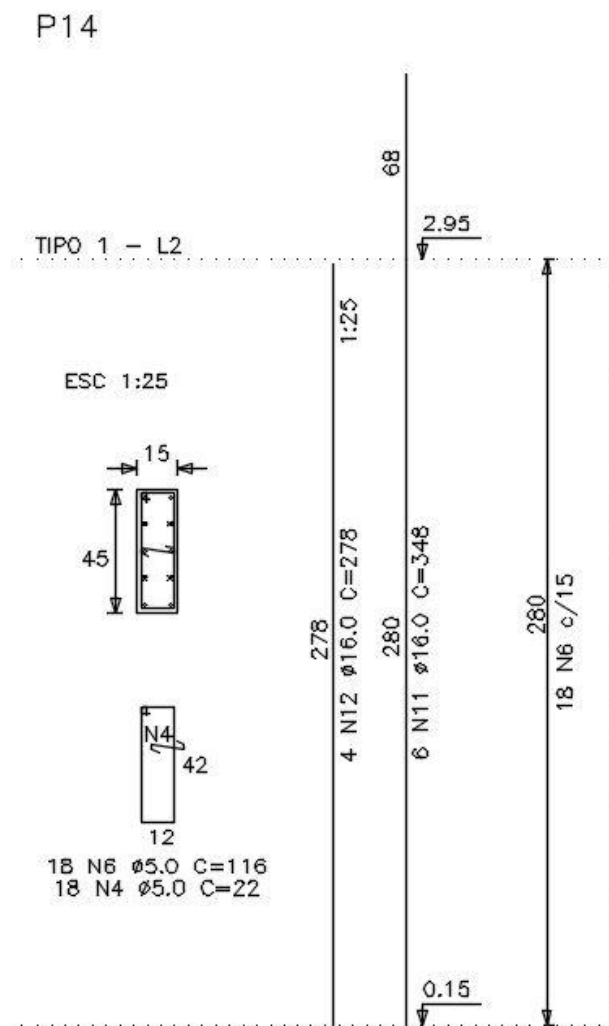
Figura 15 – Entrada de dados geometria



Fonte: PCalc

De acordo com os dados fornecidos pelo projeto executivo do edifício analisado, no detalhamento de armação do pilar P14, pode-se extrair o valor do pé direito, o formato da seção transversal e suas dimensões.

Figura 16 – Planta de detalhamento de armação do pilar P14 do projeto de estrutural do edifício estudado



Fonte: FARIA, 2001

Com os dados da distância entre as faces internas e entre os eixos das vigas que vinculam o pilar, fornecidos pelo projeto executivo, nos projetos de “Forma de viga baldrame” e “Forma de viga do 1º pavimento” (Anexo A), aplica-se a equação 11, em que se obtém a determinação do comprimento equivalente.

As propriedades do concreto e do aço, como: resistência a compressão, módulo de elasticidade e tensão de escoamento, são preenchidas na janela de entrada de dados de materiais.

Figura 17 – Entrada de dados - materiais

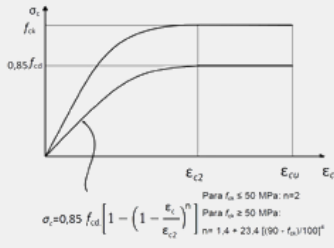
Entrada de dados: Materiais

**Concreto**

Diagrama tensão-deformação NBR6118 (2013):

fck = 20 MPa

$\gamma_c = 1.4$



Para  $f_{ck} \leq 50$  MPa:  $n=2$   
 Para  $f_{ck} \geq 50$  MPa:  $n=1.4 + 23.4 [(90 - f_{ck})/100]^4$

$\sigma_c = 0.85 f_{ck} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right]$

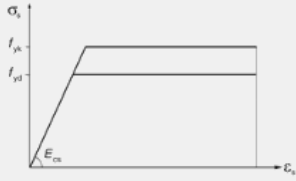
**Aço**

Diagrama tensão-deformação NBR6118 (2013):

fyk = 500 MPa

Es = 210 GPa

$\gamma_s = 1.15$



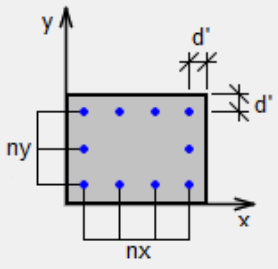
Ok Cancelar

Fonte: PCalc

A definição da bitola da armadura, distribuição das barras e cobrimento das mesmas, podem ser feitas na janela de entrada de dados de armação.

Figura 18 – Entrada de dados - armação

Entrada de dados: Armação



Diâmetro das barras (mm): 16.0

nx = 2 ny = 5 d' = 1.5 cm

Ok Cancelar

Fonte: PCalc

Pode-se extrair o diâmetro das barras e a distribuição das mesmas, de acordo com os dados fornecidos no detalhamento de armação do pilar P14 do projeto executivo do edifício analisado (Figura 35, Anexo B).

Para finalizar na janela de entrada de dados de solicitações, são inseridos a força normal e os esforços atuantes no pilar como momentos no topo e na base segundo as direções x e y. É possível ainda a inserção de diversas combinações de esforços.

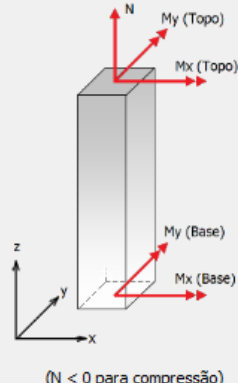
Figura 19 – Entrada de dados - esforços

Entrada de dados: Esforços

Coefficiente de ponderação:  
 $\gamma_f = 1.4$

Unidades: [kN, kN.m]

Diagrama de esforços atuantes no pilar:



Combinação	Nsk	Msk,x (Topo)	Msk,x (Base)	Msk,y (Topo)	Msk,y (Base)
1	-485.2	0	4.5	0	0.6

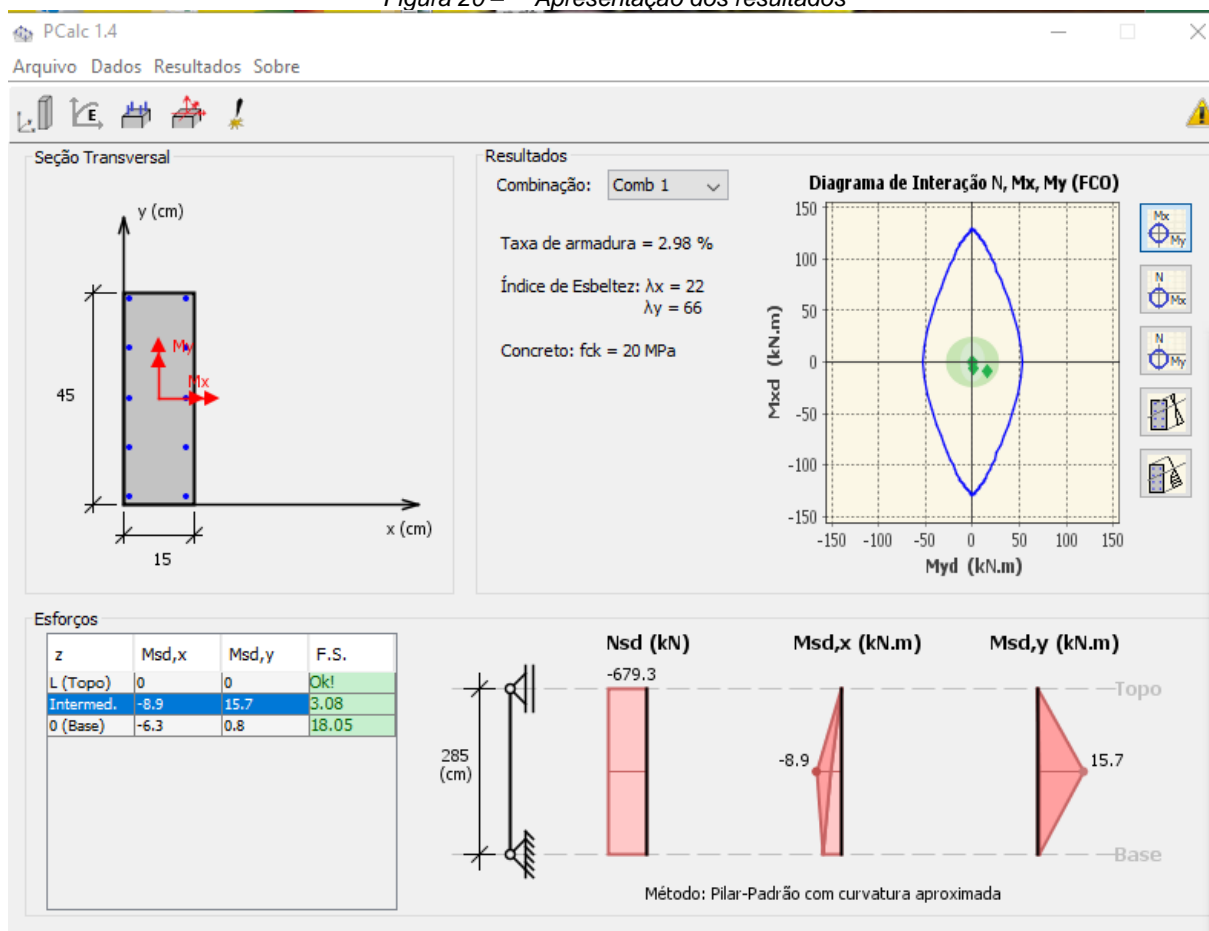
Ok Cancelar

Fonte: PCalc

No projeto estrutural do edifício estudado, de acordo com a planta de locação (Figura 24, Anexo A), pode-se obter o esforço normal atuante no pilar e as forças atuantes na base do pilar em ambos os eixos. Para obter os momentos na base segundo as direções X e Y, multiplica-se as forças horizontais pela altura do pilar.

Após a inserção de todos os dados, o sistema processa as verificações e resulta em uma saída gráfica que contém o diagrama de interação e tabela indicando os pares de segurança desenvolvidos para os parâmetros do pilar em questão.

Figura 20 – Apresentação dos resultados



Fonte: PCalc

## 6 ANÁLISE E RESULTADOS

Após a análise do projeto estrutural do edifício estudado, pode-se obter os dados físicos, geométricos e os esforços de cada pilar, de acordo com a Tabela 1. Alguns dos dados apresentados foram necessários para a verificação da capacidade resistente da seção pelo software PCalc, entre elas as dimensões nas direções X e Y, os esforços normais (Nk), os momentos fletores (M) de base, nas direções X e Y, o número de barras e as respectivas bitolas e o comprimento equivalente. Pode-se notar que todos os pilares possuem índice de esbeltez inferior a 90, em ambos os eixos.

Tabela 1 – Dados dos pilares

Pilar	DIMENSÃO		NK (kN)	Msk, x	Msk, y	Msk, x	Msk, y	Nº de barras	Bitola (mm)	d' (cm)	Le (cm)	$\lambda_x$	$\lambda_y$
	X (cm)	Y (cm)		base (kN.m)	base (kN.m)	topo (kN.m)	topo (kN.m)						
P1	15	40	229,7	5,6	1,96	0	0	10	12,5	1,5	285	65,74	24,65
P2	15	40	202,2	8,12	2,24	0	0	0	0	1,5	285	65,74	24,65
P3	15	20	208,8	1,12	0,84	0	0	4	16	1,5	277,5	64,01	48,01
P4	15	20	176,3	0,28	0,56	0	0	6	12,5	1,5	277,5	64,01	48,01
P5	15	40	342,8	0,56	13,16	0	0	6	16	1,5	280	64,59	24,22
P6	15	40	343,9	0,28	12,32	0	0	8	16	1,5	280	64,59	24,22
P7	15	40	327,6	1,96	0,84	0	0	0	16	1,5	275	63,43	23,79
P8	15	55	373	10,36	0	0	0	8	16	1,5	290	66,89	18,24
P9	15	55	365,5	13,44	0	0	0	8	16	1,5	290	66,89	18,24
P10	15	40	316,1	0,56	1,68	0	0	8	16	1,5	275	63,43	23,79
P11	15	40	375,5	3,36	0,84	0	0	0	0	1,5	285	65,74	24,65
P12	15	40	388,9	6,16	1,12	0	0	0	0	1,5	285	65,74	24,65
P13	15	40	323,4	0,56	0,28	0	0	0	0	1,5	280	64,59	24,22
P14	15	45	485,2	4,48	0,56	0	0	10	16	1,5	285	65,74	21,91
P15	15	40	281	1,4	0,28	0	0	6	12,5	1,5	280	64,59	24,22
P16	15	45	381,4	18,2	0,84	0	0	8	16	1,5	280	64,59	21,53
P17	15	40	325,1	6,16	0,28	0	0	8	12,5	1,5	285	65,74	24,65
P18	15	40	394,2	4,2	0,56	0	0	0	0	1,5	285	65,74	24,65
P19	15	40	330,4	1,4	0,28	0	0	0	0	1,5	275	63,43	23,79
P20	15	55	377,9	10,64	2,24	0	0	0	8	1,5	290	66,89	18,24
P21	15	55	374,7	12,88	2,8	0	0	0	8	1,5	290	66,89	18,24
P22	15	40	317,8	0,56	0,28	0	0	0	0	1,5	275	63,43	23,79
P23	15	40	335,9	2,24	9,24	0	0	6	16	1,5	280	64,59	24,22
P24	15	40	392,9	1,96	10,64	0	0	0	0	1,5	285	65,74	24,65
P25	15	40	380,3	1,96	9,8	0	0	0	0	1,5	280	64,59	24,22
P26	15	40	203,9	14,28	0,56	0	0	0	0	1,5	285	65,74	24,65
P27	15	40	200,9	13,72	0,28	0	0	0	8	1,5	285	65,74	24,65

Fonte: Autor

As tabelas a seguir exibem os resultados das verificações feitas pelo software PCal para os pilares dimensionados. Nelas estão os valores dos momentos solicitantes nos eixos X e Y na base, meio e topo do pilar, verificados pelos métodos da curvatura aproximada e da rigidez  $\kappa$  aproximada, assim como os valores do fator de segurança (FS), resultado na verificação da relação entre momento resistente ( $M_r$ ) e momento solicitante ( $M_s$ ) da seção do pilar.

Mesmo não sendo obrigatória em todos os casos, foi optado pela verificação dos efeitos de segunda ordem em todas os cálculos.

*Tabelas 2 e 3 – Resultados pilares P1e P2*

P1							P2						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-8	10,4	3,43	-5,4	5,7	5,87	Meio	-9,7	9,5	3,47	-7,7	5,7	5,24
Base	-7,8	2,8	7,52	-7,8	2,8	7,52	Base	-11,4	3,4	5,75	-11,4	3,1	5,75

Fonte: Autor

*Tabelas 4 e 5 – Resultados pilares P3 e P4*

P3							P4						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-5,7	7,1	2,27	-1,9	3,2	5,42	Meio	-4,7	6,4	2,46	-0,5	2,4	8,43
Base	-1,6	1,2	11,1	-1,6	1,2	11,1	Base	-0,4	0,8	22,62	-0,4	0,8	22,62

Fonte: Autor

*Tabelas 6 e 7 – Resultados pilares P5 e P6*

P5							P6						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-4,9	22,9	1,63	-0,6	20,2	1,88	Meio	-4,7	22,2	2,1	-0,3	19,4	2,46
Base	-0,8	18,4	2,06	-0,8	18,4	2,06	Base	-0,4	17,2	2,76	-0,4	17,2	2,76

Fonte: Autor

*Tabelas 8 e 9 – Resultados pilares P7 e P8*

P7							P8						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-5,8	11,9	3,75	-1,9	3,9	11,44	Meio	-12,7	0	13,41	-9,4	0	18,1
Base	-2,7	1,2	23,66	-2,7	1,2	23,66	Base	-14,5	0	11,73	-14,5	0	11,73

Fonte: Autor

Tabelas 10 e 11 – Resultados pilares P9 e P10

P9							P10						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-15,2	0	11,2	-12,2	0	14,01	Meio	-4,6	12,4	3,74	-0,6	5,5	8,89
Base	-18,8	0	9,05	-18,8	0	9,05	Base	-0,8	2,4	19,92	-0,8	2,4	19,92

Fonte: Autor

Tabela 12 e 13 – Resultados pilares P11 e P12

P11							P12						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-7,6	13,5	3,08	-3,3	4,9	8,24	Meio	-10	13,9	2,81	-6	5,7	6,27
Base	-4,7	1,2	16,56	-4,8	1,1	16,67	Base	-8,6	1,6	9,76	-8,6	1,6	9,76

Fonte: Autor

Tabelas 14 e 15 – Resultados pilares P13 e P14

P13							P14						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-4,4	12,1	4,12	-0,5	2,6	19,37	Meio	-8,9	15,7	3,08	-4,3	5	9,06
Base	-0,8	0,4	85,25	-0,8	0,4	85,25	Base	-6,3	0,8	18,05	-6,3	0,8	18,05

Fonte: Autor

Tabelas 16 e 17 – Resultados pilares P15 e P16

P15							P16						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-5	10,5	2,63	-1,4	2,4	11,18	Meio	-19,7	13,9	2,63	-16,8	4,6	5,18
Base	-2	0,4	29,28	-2	0,4	29,28	Base	-22,5	1,2	4,67	-25,5	1,2	4,67

Fonte: Autor

Tabelas 18 e 19 – Resultados pilares P17 e P18

P17							P18						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-9,7	12,2	2,36	-6	3	7,09	Meio	-8,4	13,5	2,96	-4,1	4,4	8,4
Base	-8,6	0,4	8,62	-8,6	0,4	8,62	Base	-5,9	0,8	15,22	-5,9	0,8	15,22

Fonte: Autor



Tabelas 20 e 21 – Resultados pilares P19 e P20

P19							P20						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-5,4	11,5	3,9	-1,4	2,3	18,55	Meio	-13	16,7	2,97	-9,7	8,2	5,59
Base	-2	0,4	43,8	-2	0,4	43,8	Base	-14,9	3,1	8,1	-14,9	3,1	8,1

Fonte: Autor

Tabelas 22 e 23 – Resultados pilares P21 e P22

P21							P22						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-14,8	17,1	2,86	-11,7	9,1	4,94	Meio	-4,6	11,2	4,08	-0,6	2,3	20,97
Base	-18	3,9	6,61	-18	3,9	6,61	Base	-0,8	0,4	76,97	-0,8	0,4	76,97

Fonte: Autor

Tabelas 24 e 25 – Resultados pilares P23 e P24

P23							P24						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-6,3	19,5	1,89	-2,2	15,9	2,39	Meio	-6,5	22	1,96	-1,9	18,9	2,35
Base	-3,1	12,9	2,9	-3,1	12,9	2,9	Base	-2,7	14,9	2,95	-2,7	14,9	2,95

Fonte: Autor

Tabelas 26 e 27 – Resultados pilares P25 e P26

P25							P26						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada				Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.		Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK	Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-6,3	20,6	2,12	-1,9	17,3	2,61	Meio	-14,9	8,2	3,95	-13,3	2,9	6,4
Base	-2,7	13,7	3,25	-2,7	13,7	3,25	Base	-20	0,8	5,36	-20	0,8	5,36

Fonte: Autor

Tabela 28 – Resultados pilar P27

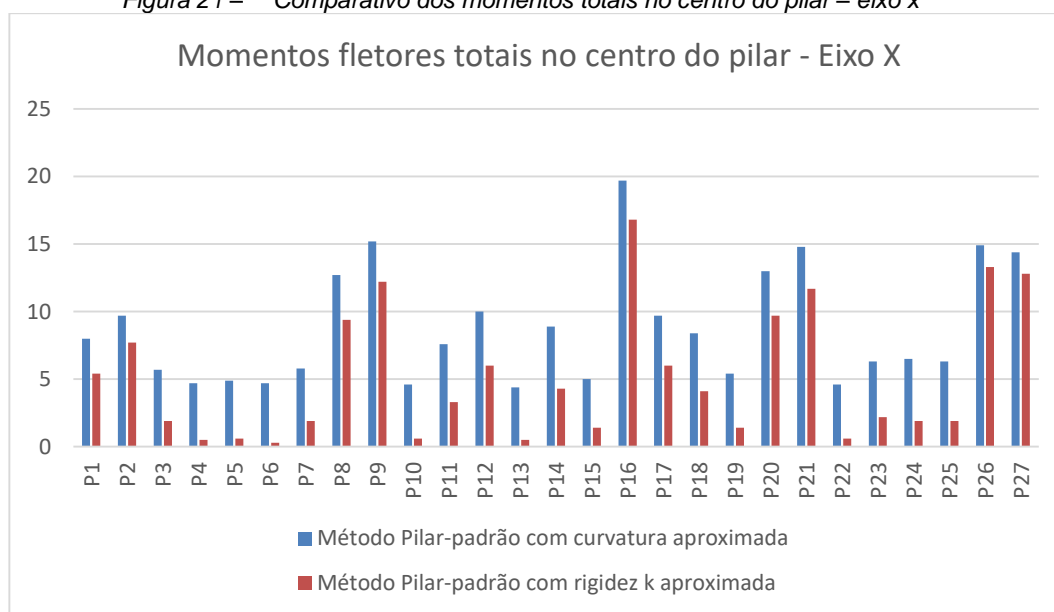
P27						
	Método Pilar-padrão com curvatura aproximada			Método Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada		
	Msd,x	Msd,y	F.S.	Msd,x	Msd,y	F.S.
Topo	0	0	OK	0	0	OK
Meio	-14,4	7,9	3,45	-12,8	2,2	6,17
Base	-19,2	0,4	5,08	-19,2	0,4	5,08

Fonte: Autor

Analisando os momentos totais no centro do pilar tanto para o eixo X quanto para o eixo Y, nota-se que o método pilar-padrão com curvatura aproximada tende a

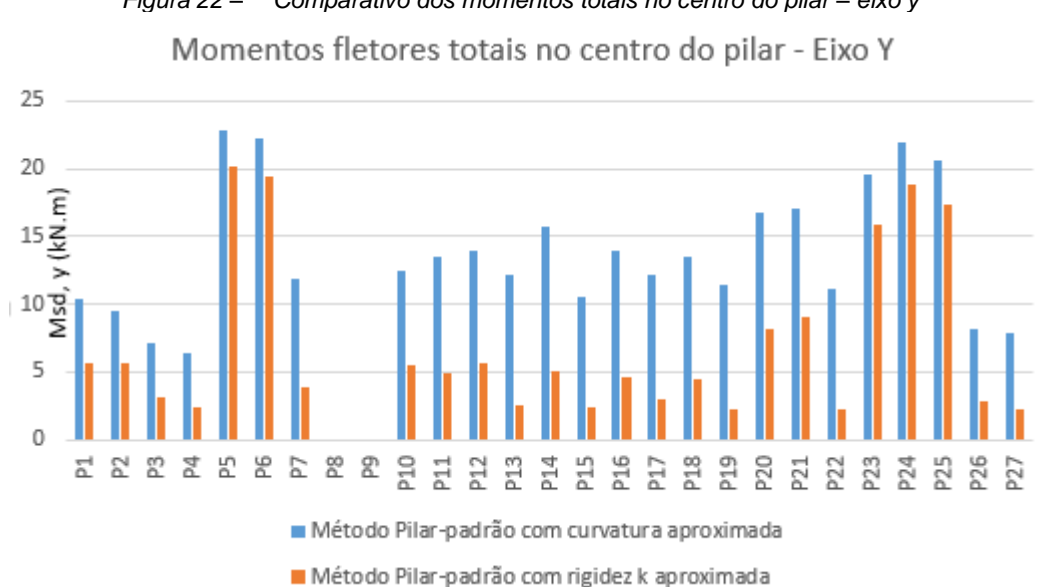
resultar em valores mais altos do que o método pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada, conforme demonstrado pela Figura 21 e Figura 22. Os gráficos comparativos foram elaborados somente com valores positivos, levando-se em consideração de que o sinal negativo não significa um menor valor, mas sim um momento atuante no sentido contrário.

Figura 21 – Comparativo dos momentos totais no centro do pilar – eixo x



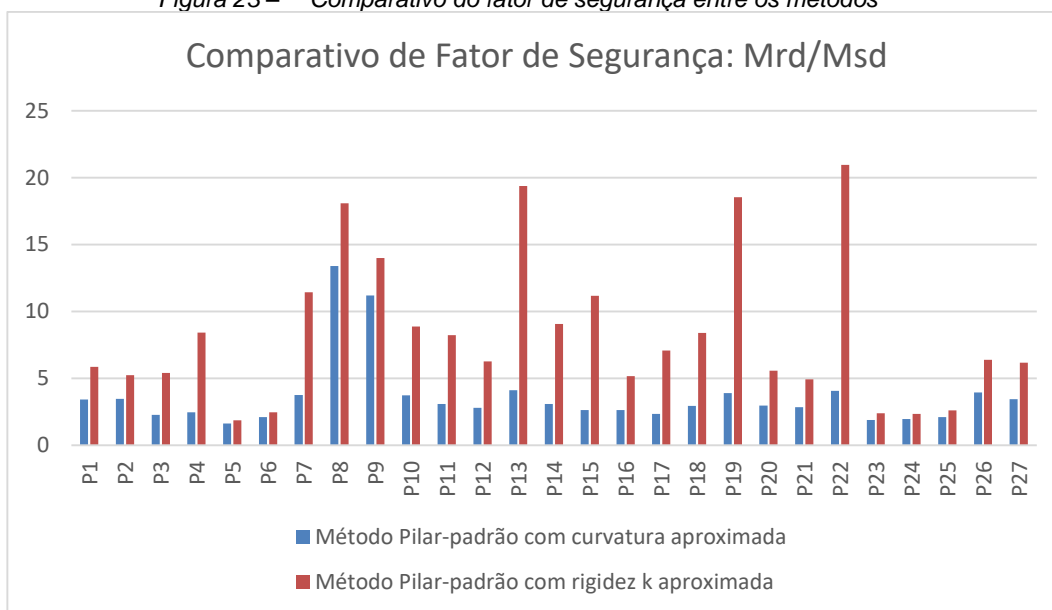
Fonte: Autor

Figura 22 – Comparativo dos momentos totais no centro do pilar – eixo y



Fonte: Autor

Figura 23 – Comparativo do fator de segurança entre os métodos



Fonte: Autor

## 7 CONCLUSÕES

No que se refere ao método da curvatura padrão este tende a apresentar maiores valores de momentos solicitantes totais no centro do pilar em relação ao método da rigidez  $k$  aproximada, assim como o fator de segurança é maior para a verificação pelo método da rigidez  $k$  aproximada, podendo-se dizer com isso que o método do pilar-padrão com rigidez  $k$  aproximada é um método mais conservador de verificação devido a sua maior margem de segurança apresentada.

O método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada apresenta-se como um método mais difícil de aplicar, pois um de seus processos de cálculo baseia-se em realizar interações na obtenção do  $M_{sd,tot}$ .

No estudo de caso apresentado, todos os pilares do edifício dimensionados no projeto estrutural estudado obtiveram êxito nas verificações da capacidade resistente, para ambos os métodos adotados. Desta forma verifica-se que apesar da norma ABNT NBR 6118 ter sido revisada e apresentar diversos métodos para análise dos efeitos de 2ª ordem, os pilares apresentaram fatores de segurança maiores que 1.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6.118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro. 2014.

BASTOS, P. S. S. Estruturas de Concreto II: Pilares de Concreto Armado. Bauru, 2015. 100 f. Faculdade de Engenharia – Universidade Estadual Paulista.

CARDOSO JUNIOR, S. D. Sistema computacional para análise não linear de pilares de concreto armado. 2014. 55 f. Monografia (Especialista em Gestão de Projetos de Sistemas Estruturais) – Escola Politécnica – Universidade de São Paulo, 2014.

CARNEIRO, F.; MARTINS, J. G. Análise de Estruturas: Contraventamento de Edifícios. Série Estruturas: 1ª edição, 2008.

MONCAYO, W. J. Z. Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

PINTO, R. S. Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado. 108 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

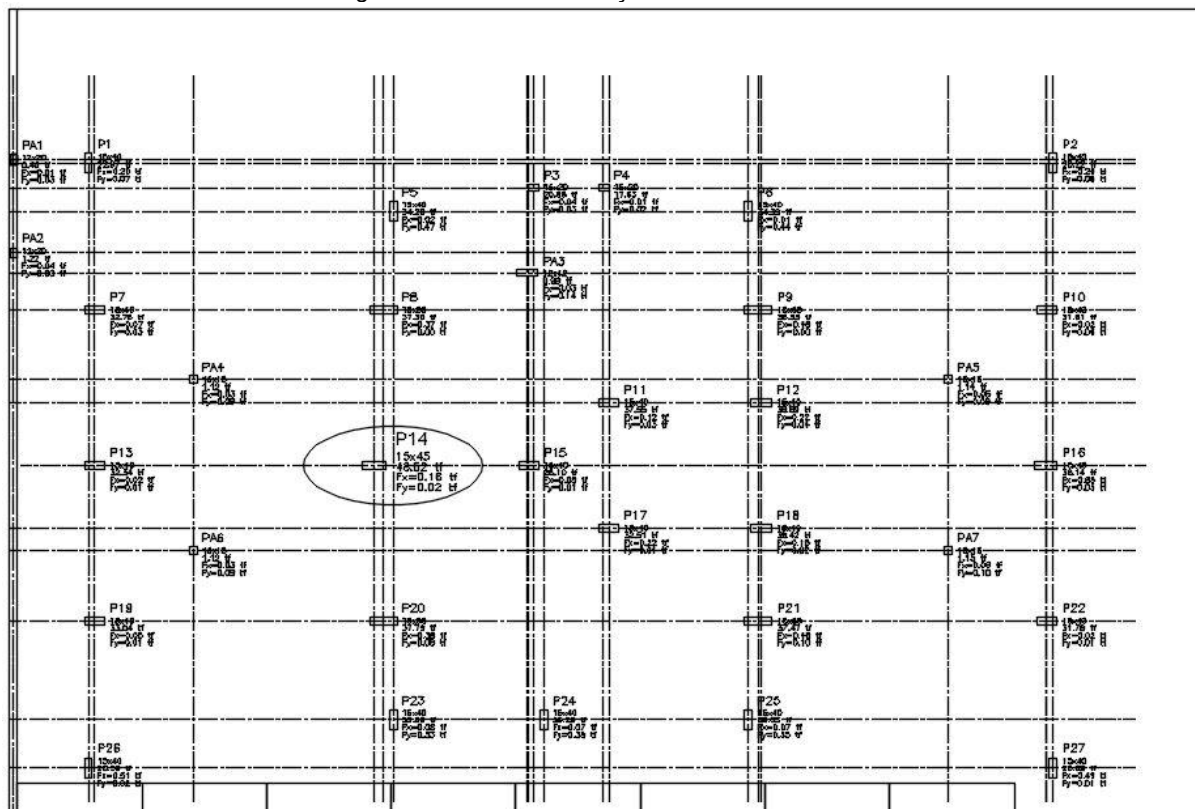
REGALLA, D. A. P. Análise Comparativa entre os diversos métodos de consideração de efeitos locais de segunda ordem. Dissertação (Graduação) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

FARIA, H. P., Projeto Estrutural Executivo do Edifício Residencial localizado no Parque Rio Branco, Quadra 03, Lotes 26 e 27, Valparaíso de Goiás, 2001.

FIGUEIREDO, L. F., Projeto Arquitetônico Executivo do Edifício Residencial localizado no Parque Rio Branco, Quadra 03, Lotes 26 e 27, Valparaíso de Goiás, 2001.

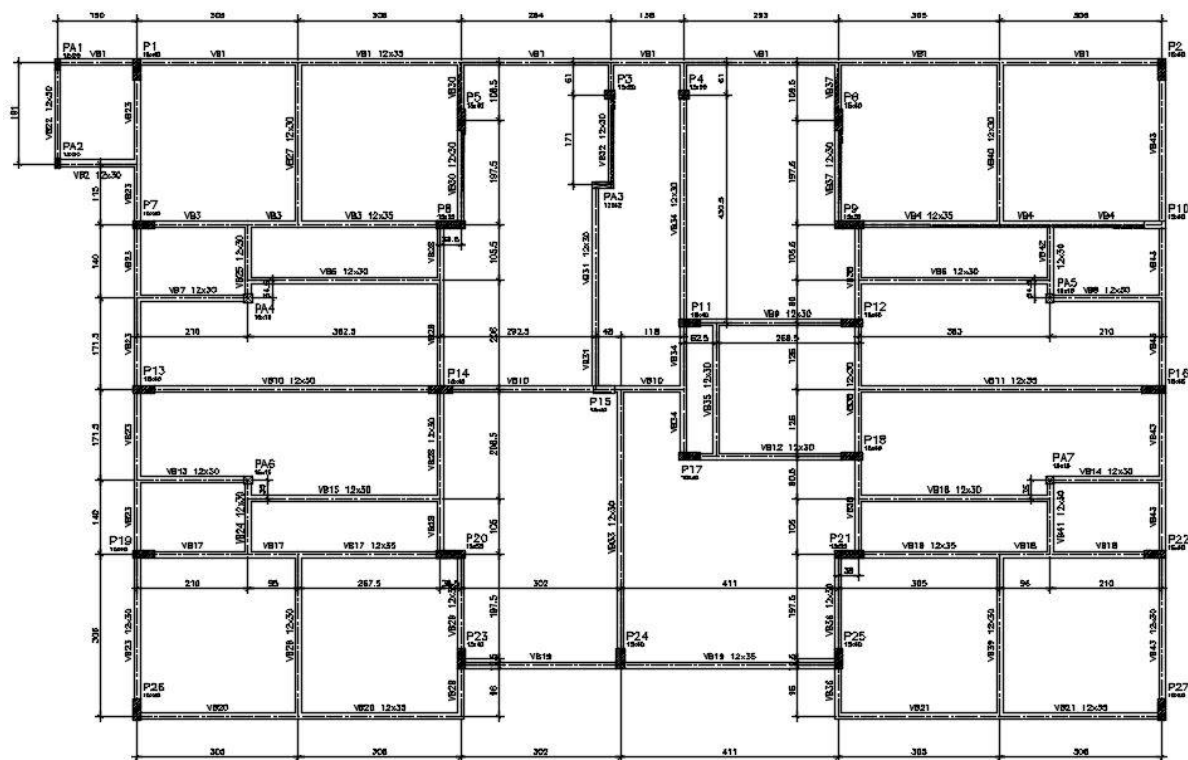
## ANEXO A – PLANTAS DO PROJETO ESTRUTURAL DO EDIFÍCIO ANALISADO

Figura 24 – Planta de localização do edifício analisado



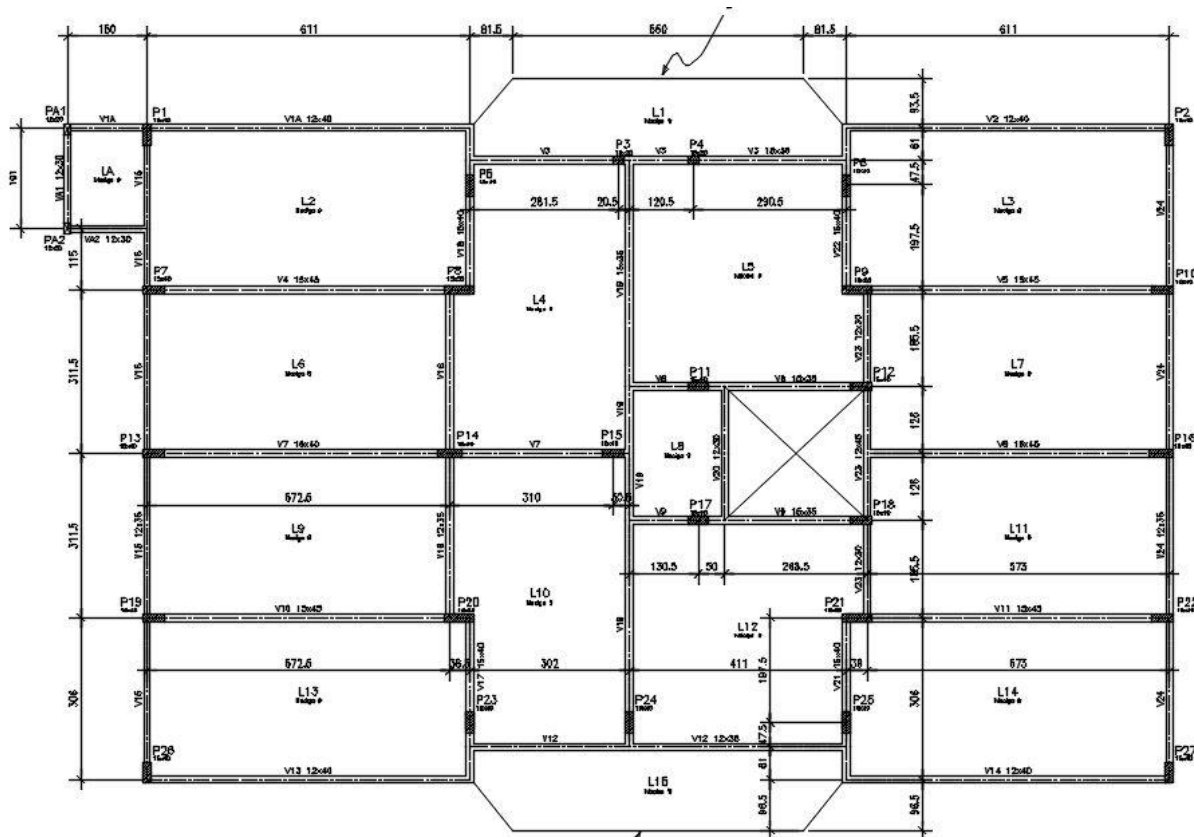
Fonte: FARIA, 2001

*Figura 25 – Planta de forma viga baldrame*



Fonte: FARIA, 2001

Figura 26 – Planta de forma viga 1º pavimento

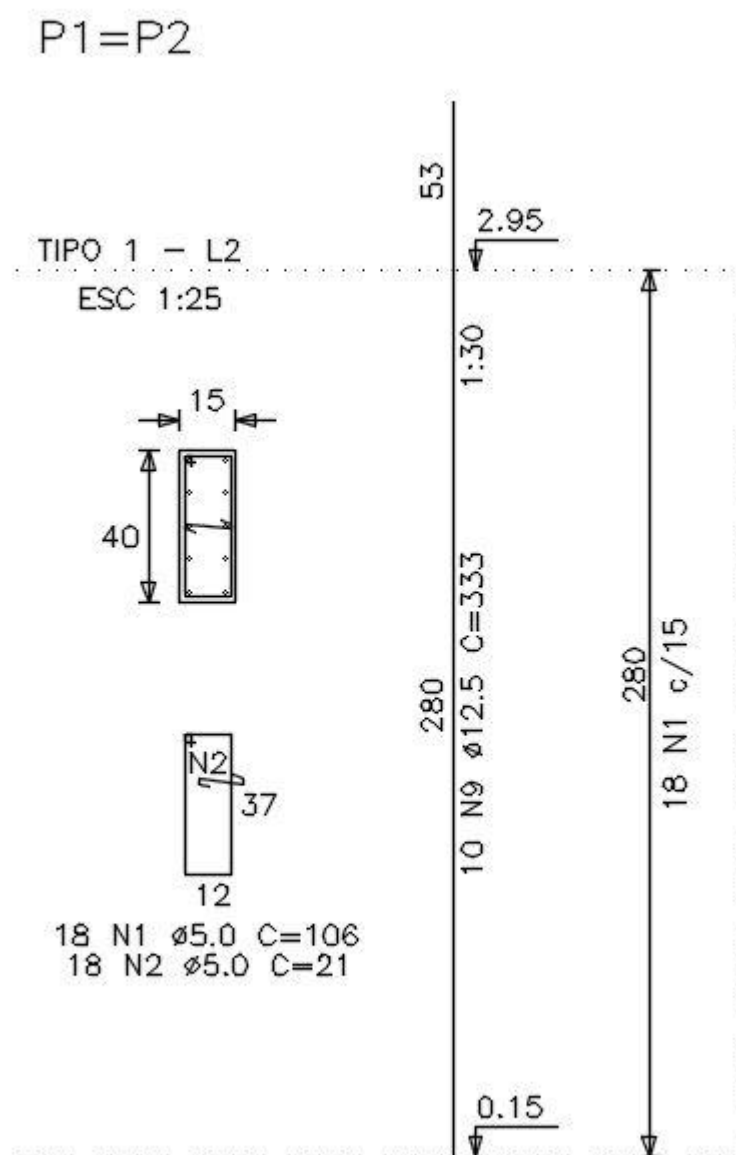


Fonte: FARIA, 2001



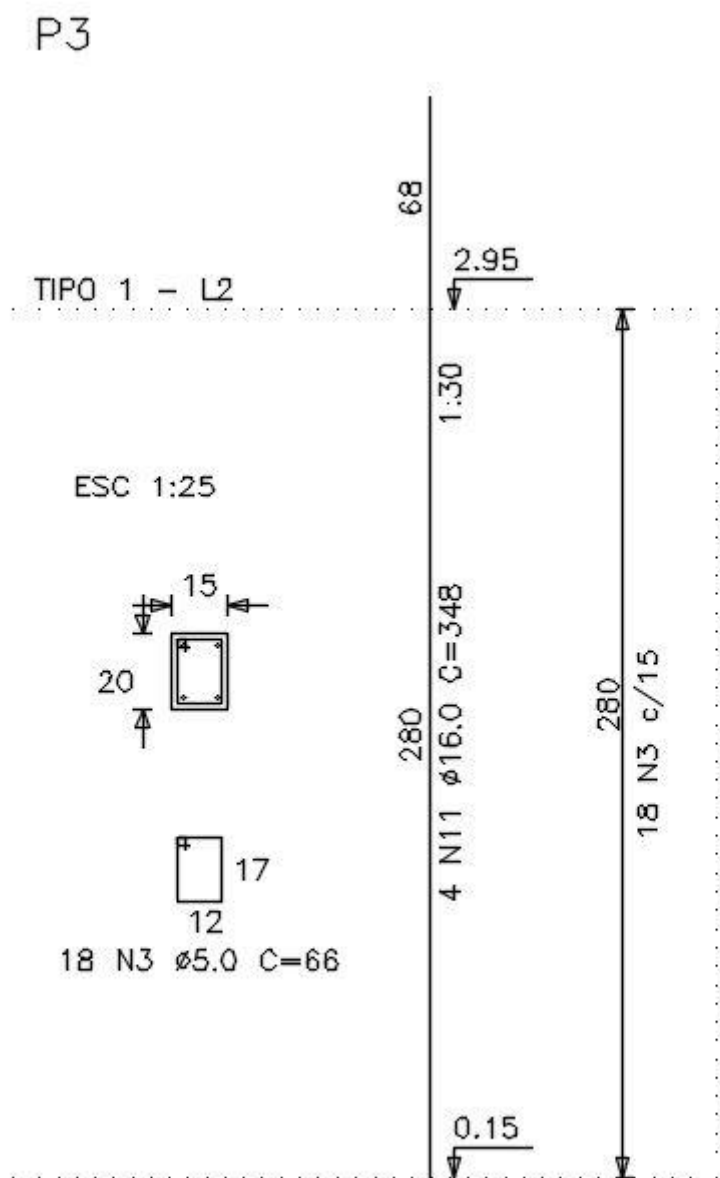
## ANEXO B – DETALHAMENTO DE ARMAÇÃO DOS PILARES ANALISADOS

Figura 27 – Detalhamento de armação pilares P1 e P2



Fonte: FARIA, 2001

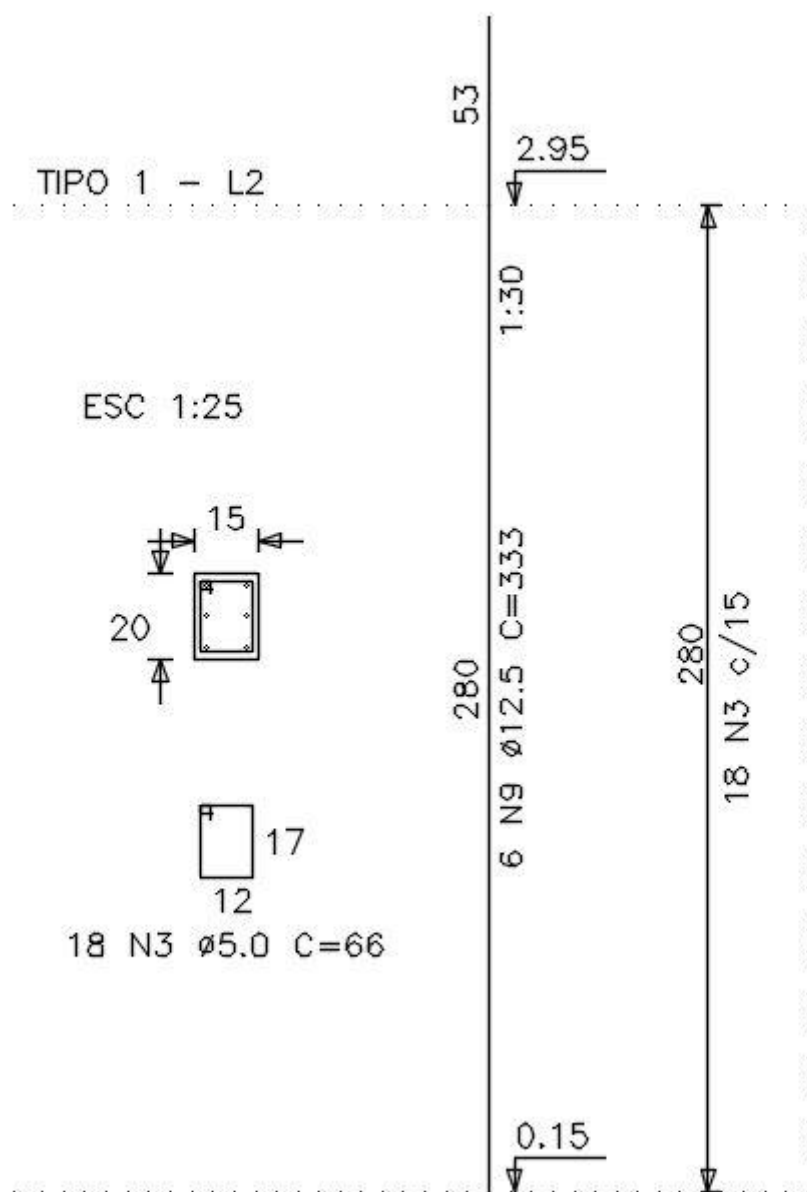
Figura 28 – Detalhamento de armação pilar P3



Fonte: FARIA, 2001

Figura 29 – Detalhamento de armação pilar P4

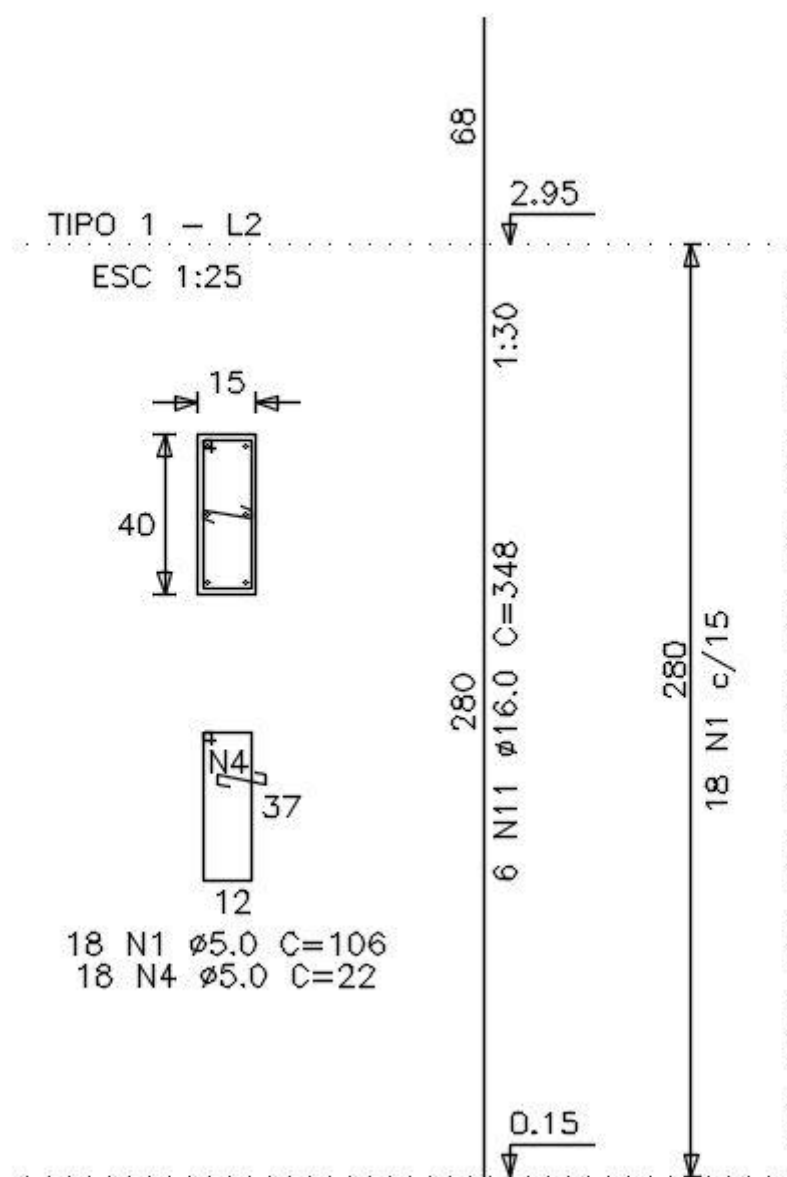
P4



Fonte: FARIA, 2001

Figura 30 – Detalhamento de armação pilares P5 e P27

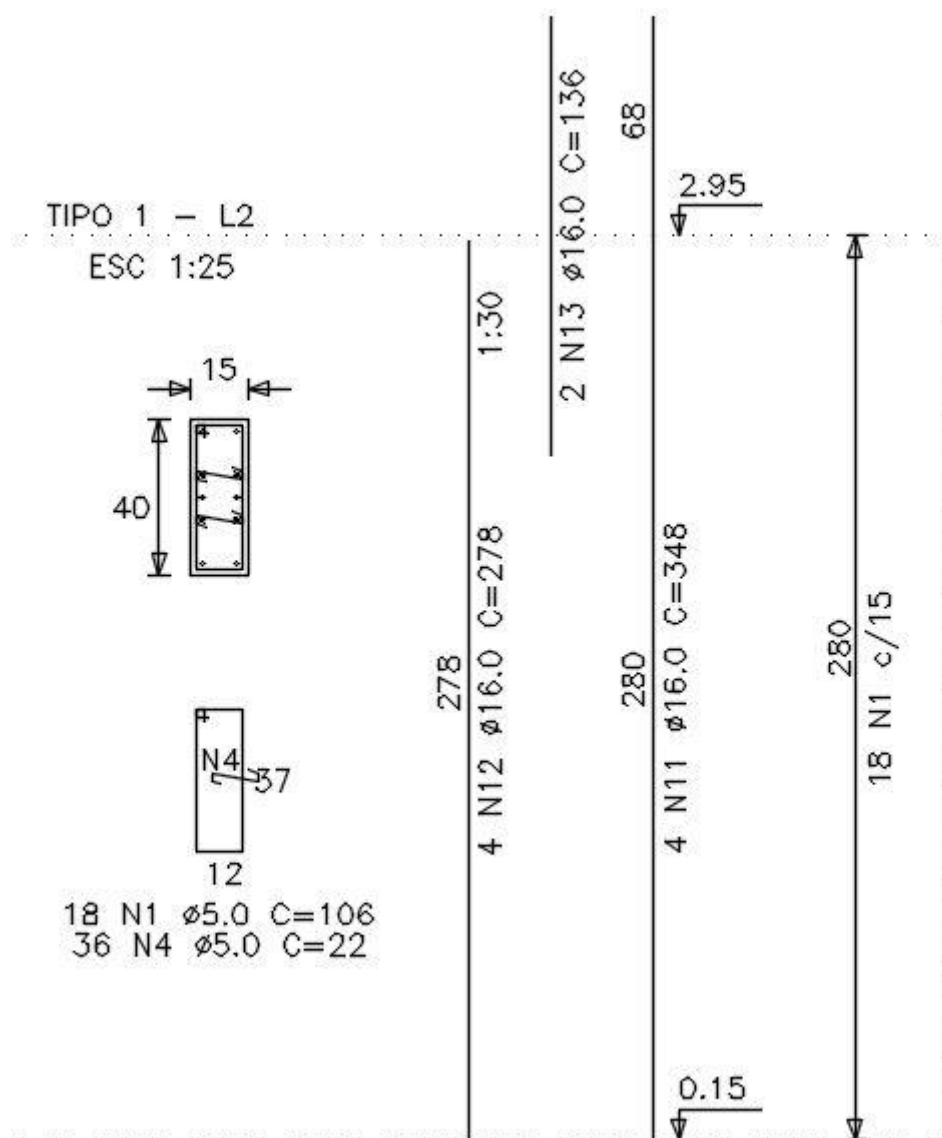
P5=P27



Fonte: FARIA, 2001

Figura 31 – Detalhamento de armação pilares P6, P7, P12, P13, P18 e P19

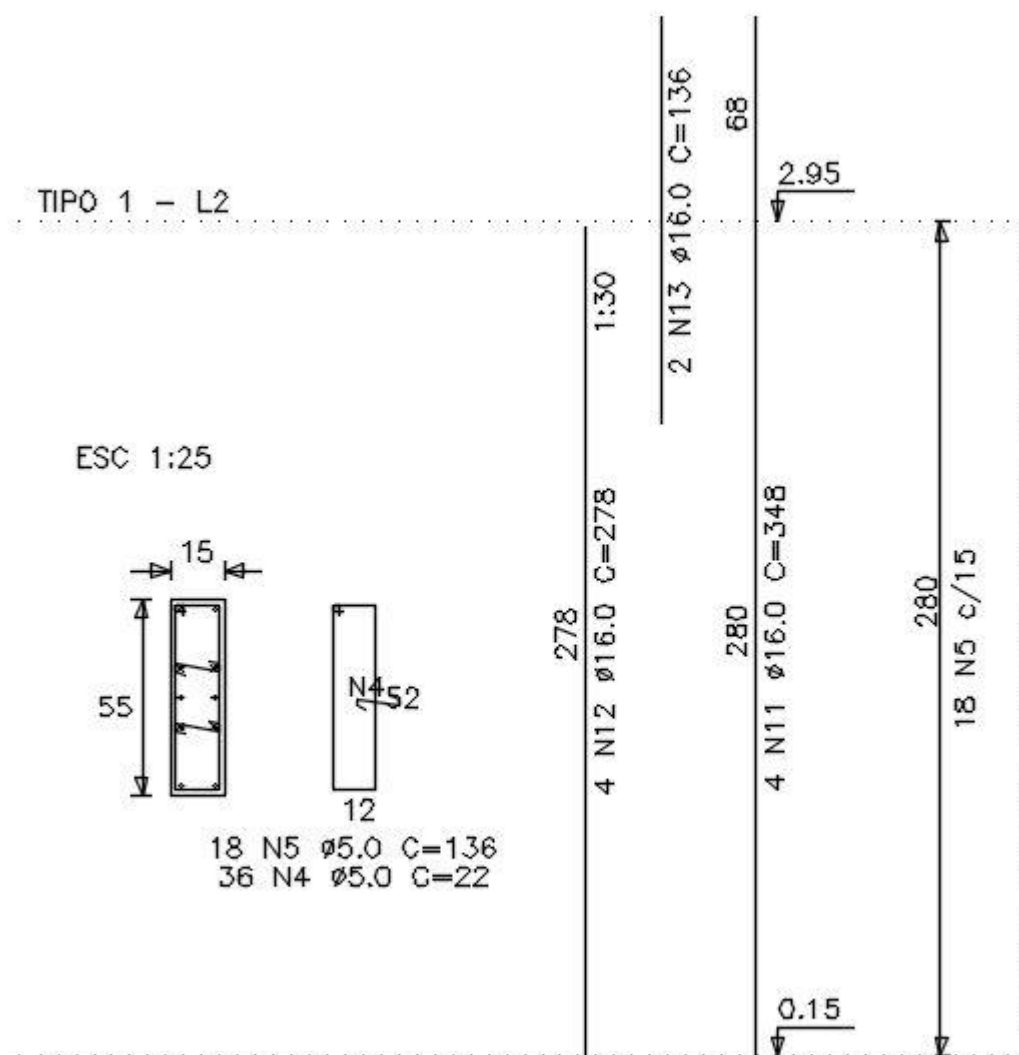
P6=P7=P12=P13=P18=P19



Fonte: FARIA, 2001

Figura 32 – Detalhamento de armação pilares P8 e P20

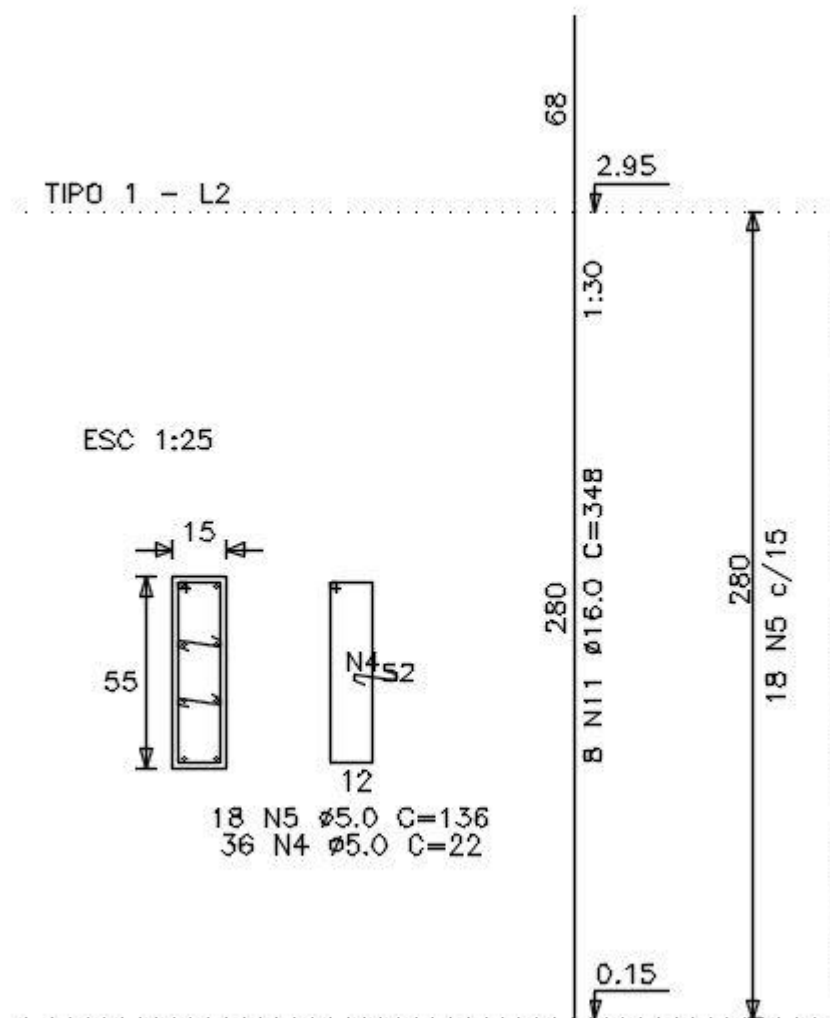
P8=P20



Fonte: FARIA, 2001

Figura 33 – Detalhamento de armação pilares P9 e P22

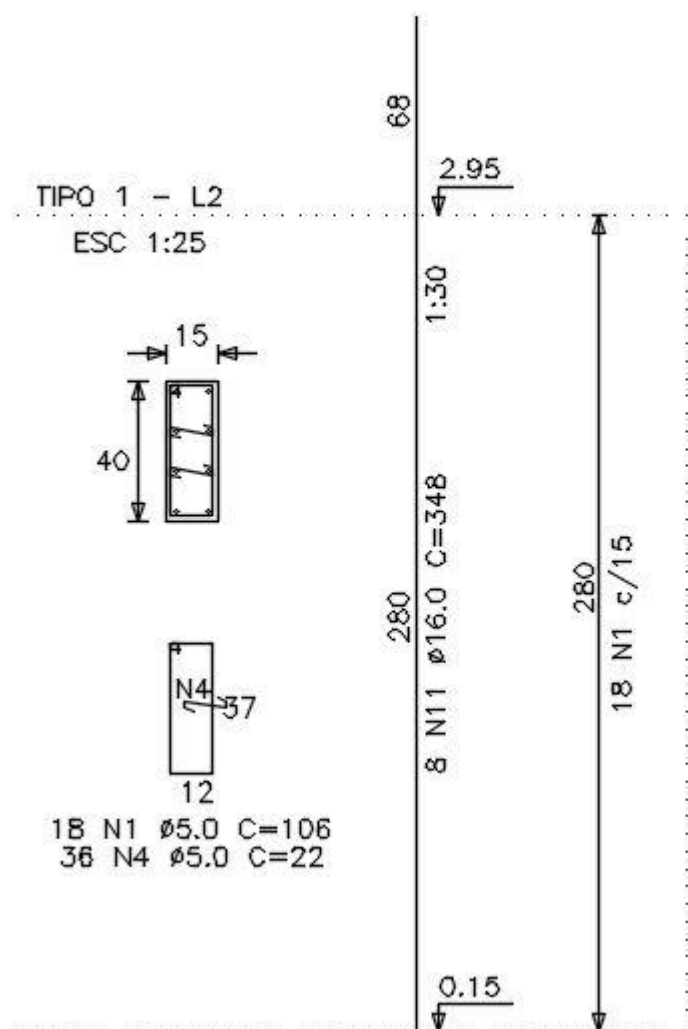
P9=P21



Fonte: FARIA, 2001

Figura 34 – Detalhamento de armação pilares P10, P11, P22, P24, P25 e P26

P10=P11=P22=P24=P25=P26

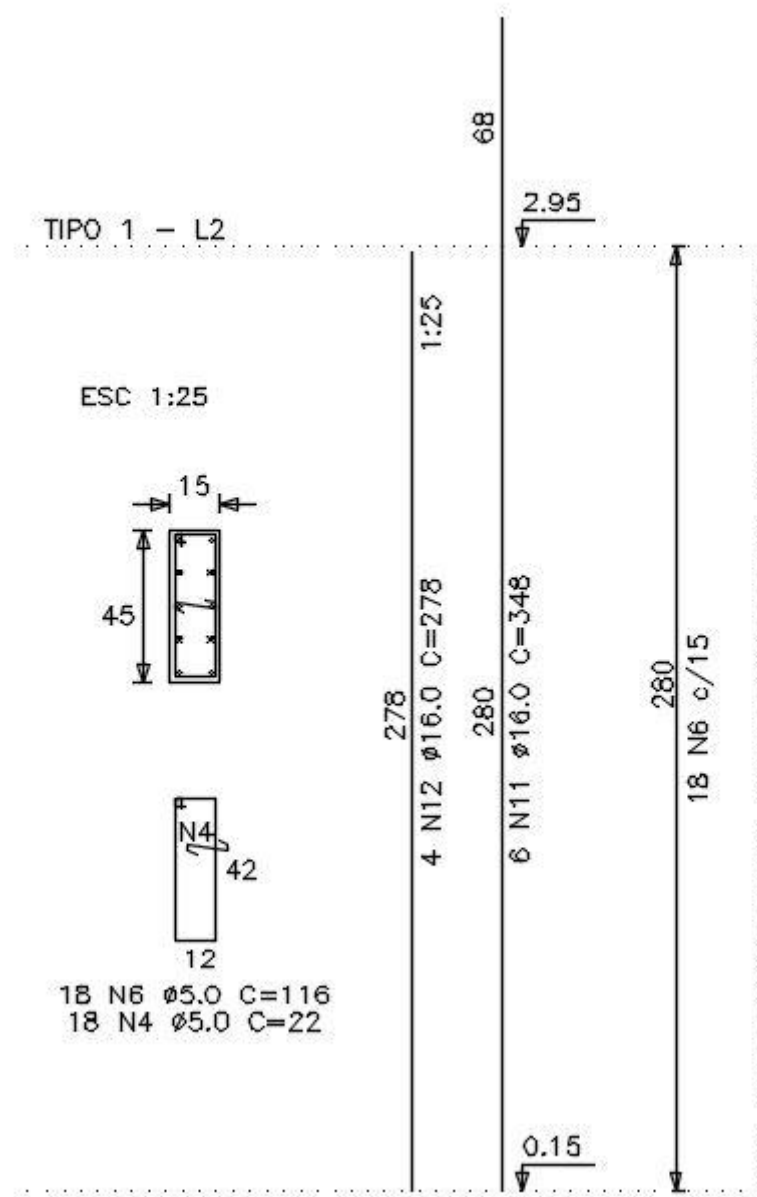


Fonte: FARIA, 2001



Figura 35 – Detalhamento de armação pilar P14

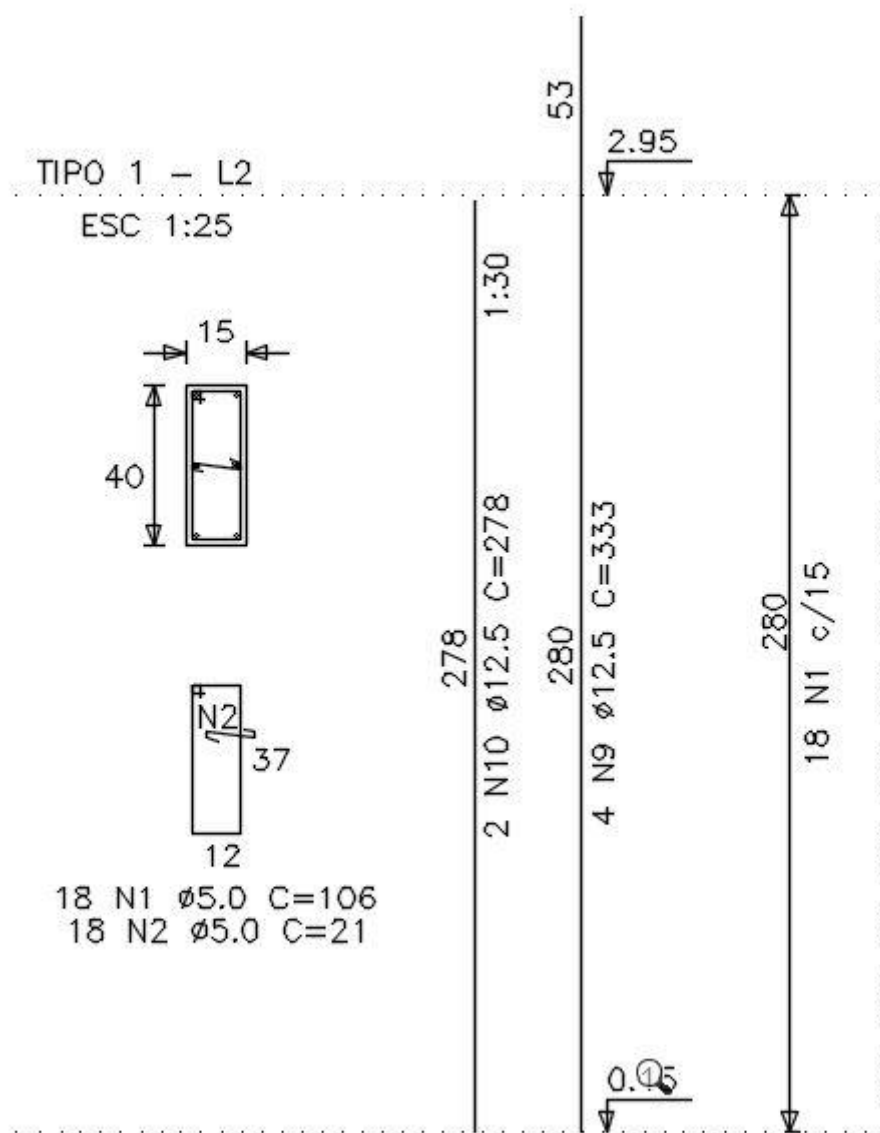
P14



Fonte: FARIA, 2001

Figura 36 – Detalhamento de armação pilar P15

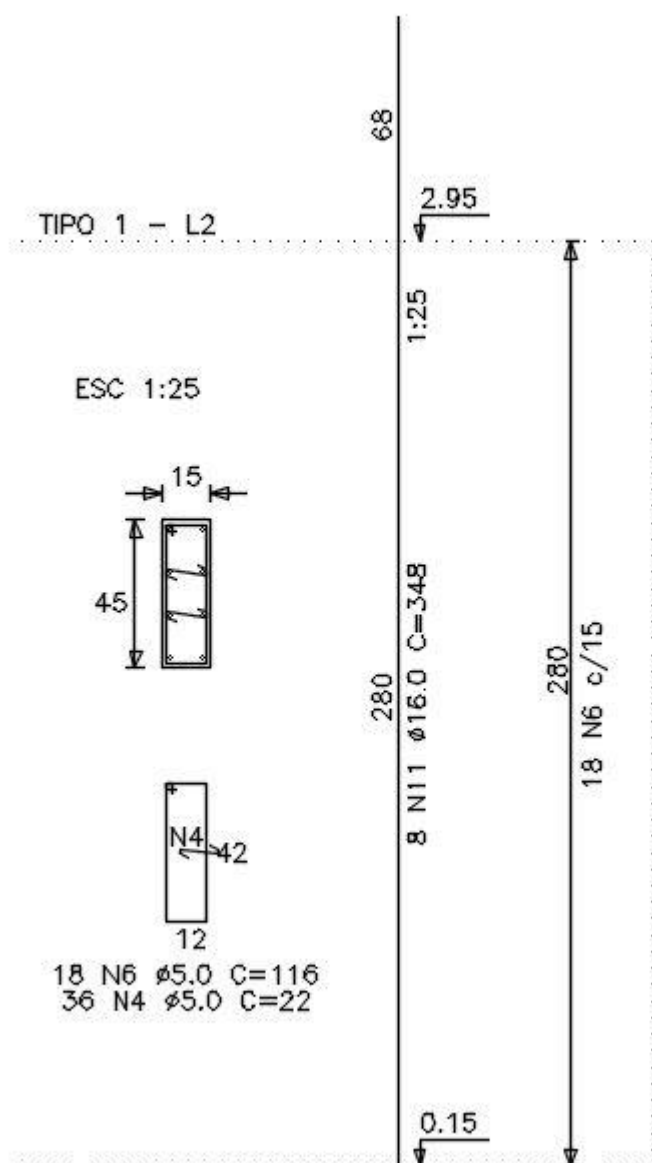
P15



Fonte: FARIA, 2001

Figura 37 – Detalhamento de armação pilar P16

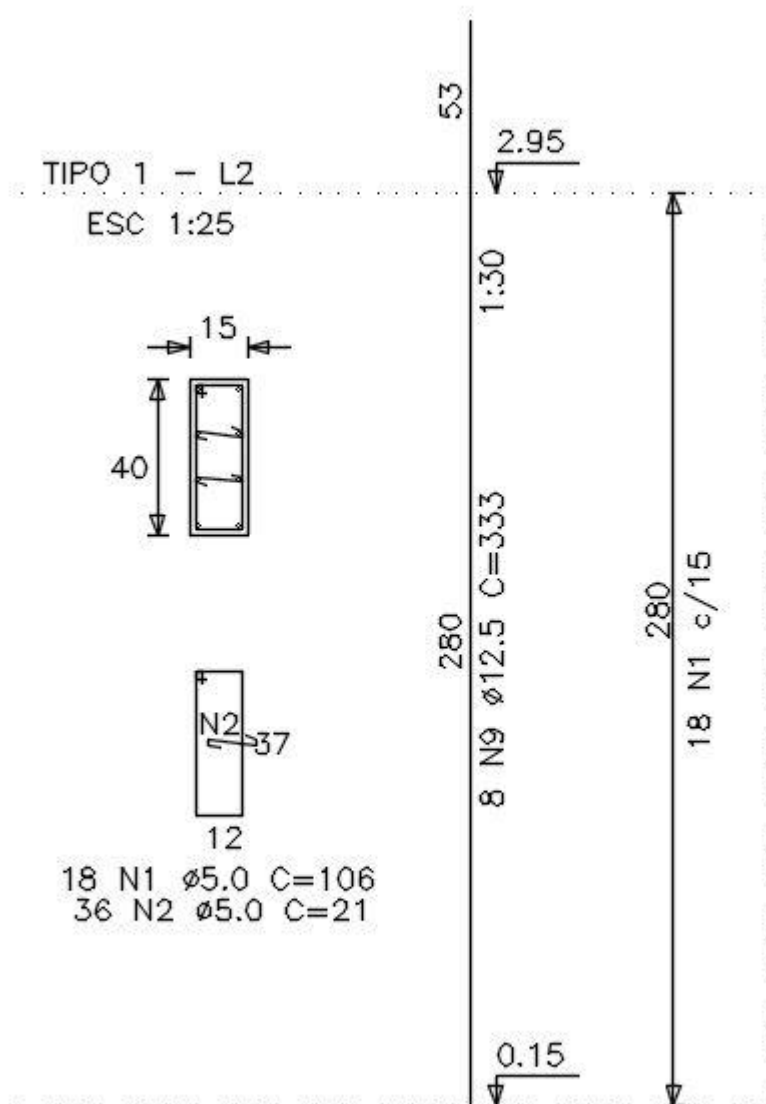
P16



Fonte: FARIA, 2001

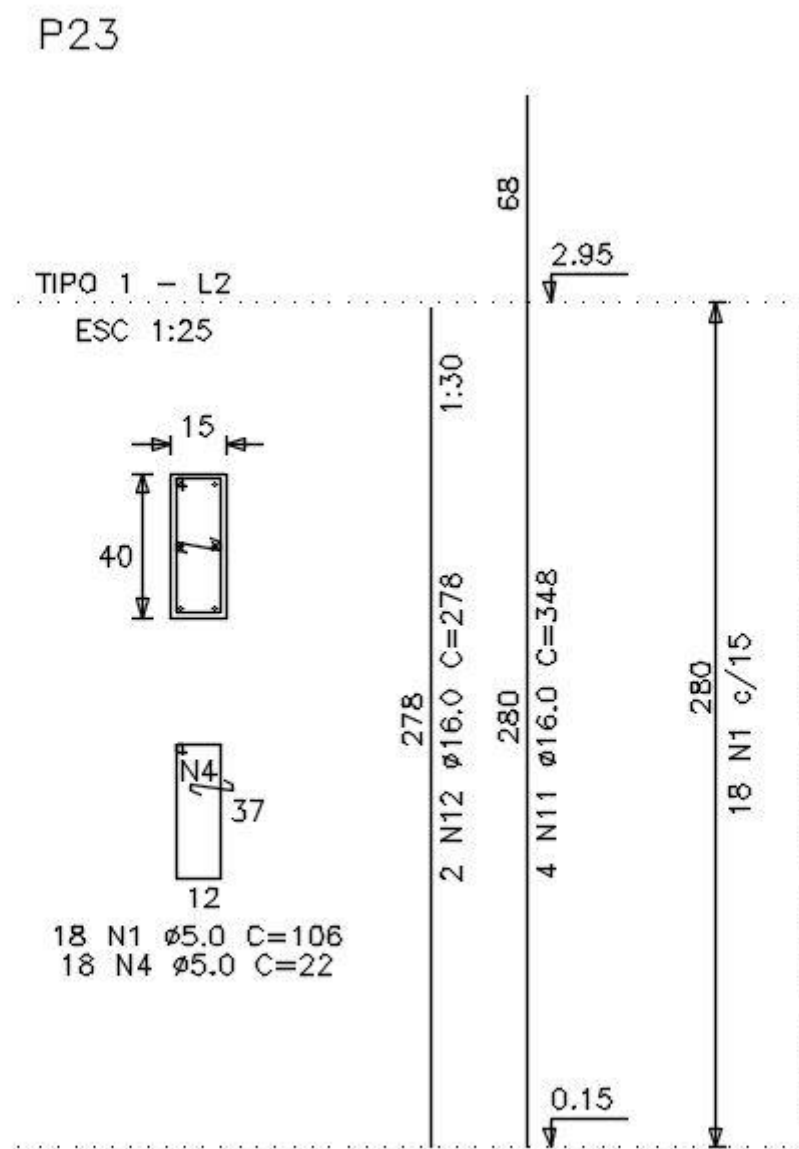
Figura 38 – Detalhamento de armação pilar P17

P17



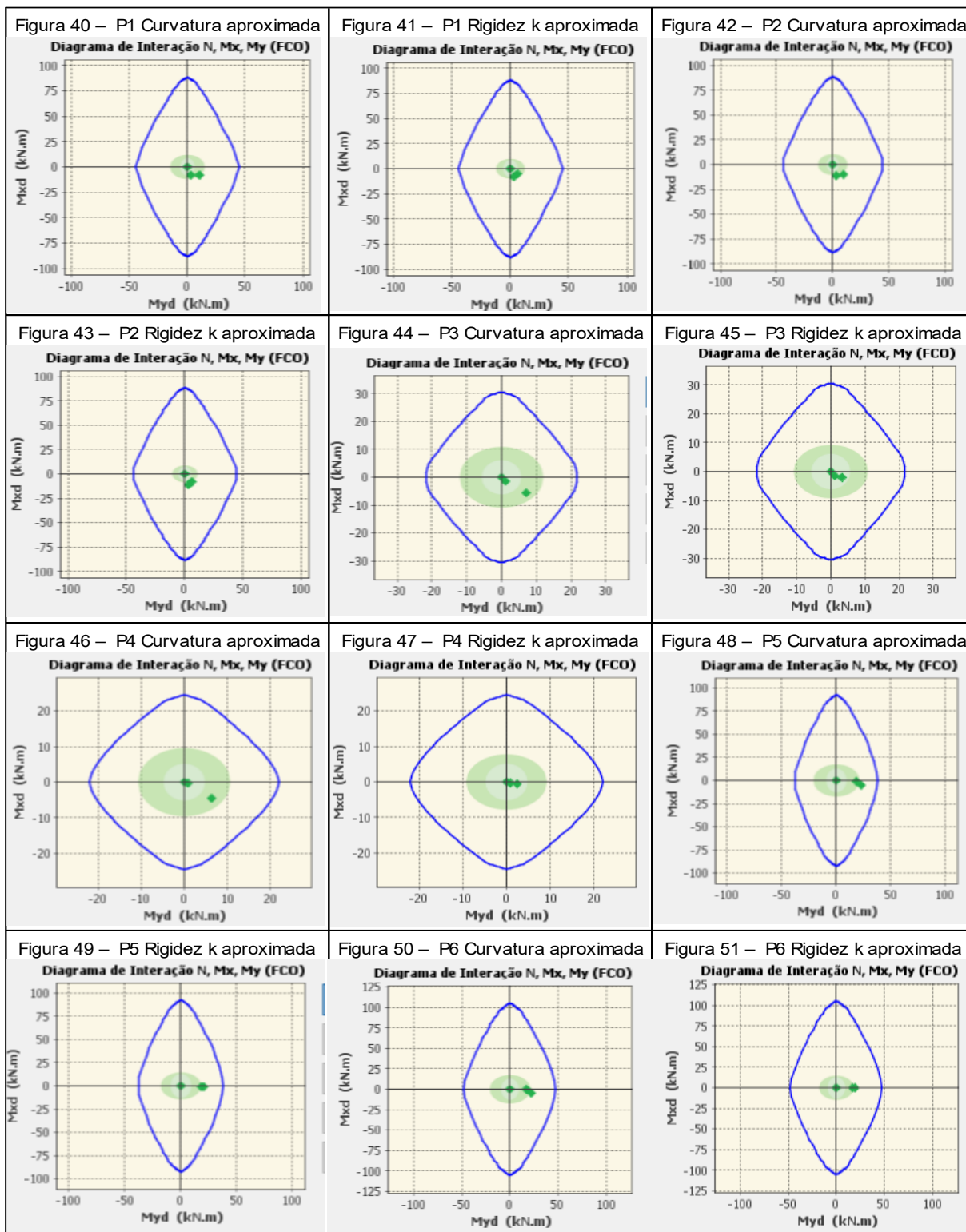
Fonte: FARIA, 2001

Figura 39 – Detalhamento de armação pilar P23



Fonte: FARIA, 2001

## ANEXO C – DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO DO PCALC



Fonte: Pcalc

Figura 52 – P7 Curvatura aproximada  
Diagrama de Interação N, Mx, My (FCO)

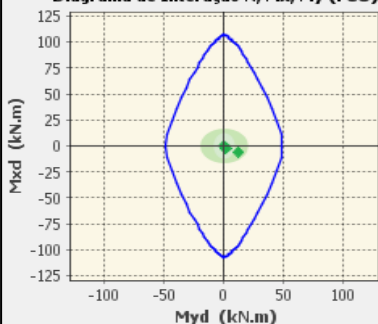


Figura 53 – P7 Rigidez k aproximada

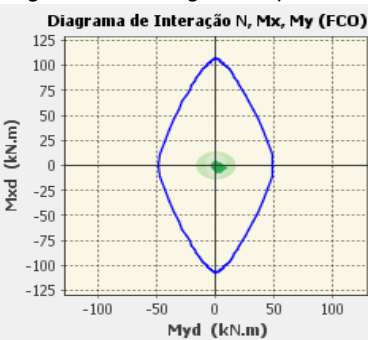


Figura 54 – P8 Curvatura aproximada

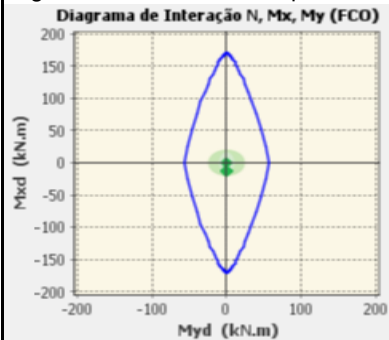


Figura 55 – P8 Rigidez k aproximada

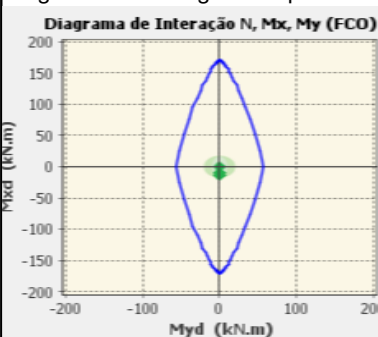


Figura 56 – P9 Curvatura aproximada

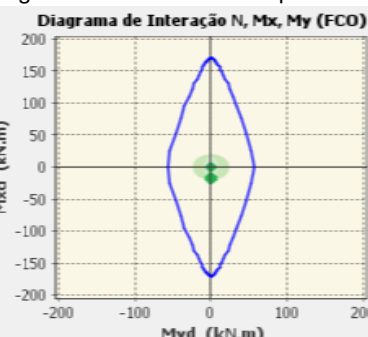


Figura 57 – P9 Rigidez k aproximada

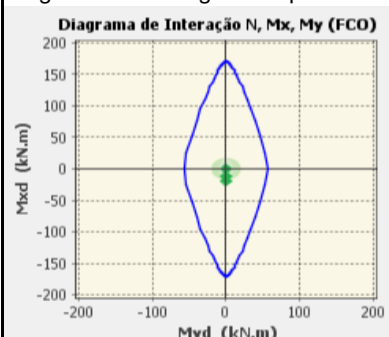


Figura 58 – P10 Curvatura aproximada

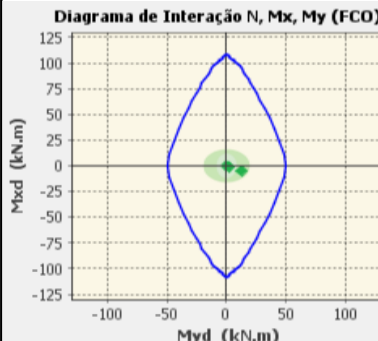


Figura 59 – P10 Rigidez k aproximada

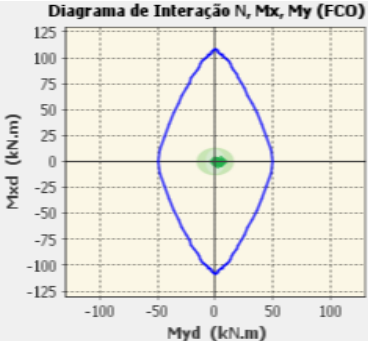


Figura 60 – P11 Curvatura aproximada

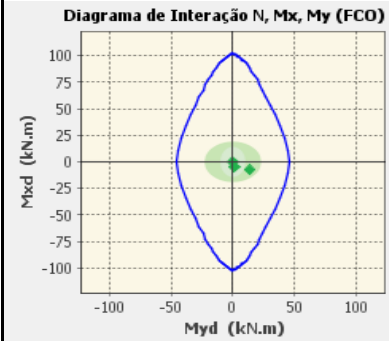


Figura 61 – P11 Rigidez k aproximada

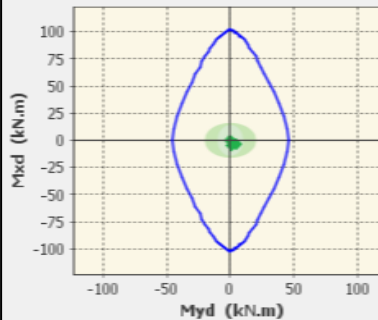


Figura 62 – P12 Curvatura aproximada

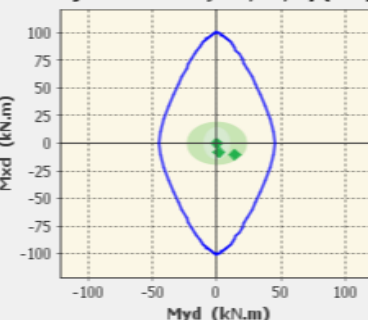
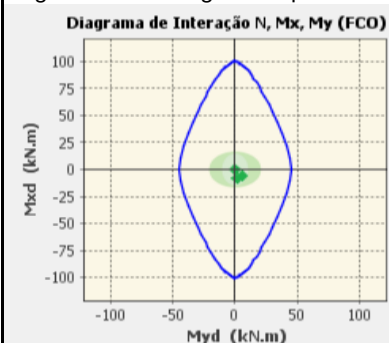


Figura 63 – P12 Rigidez k aproximada



Fonte: PCalc

Figura 64 – P13 Curvatura aproximada

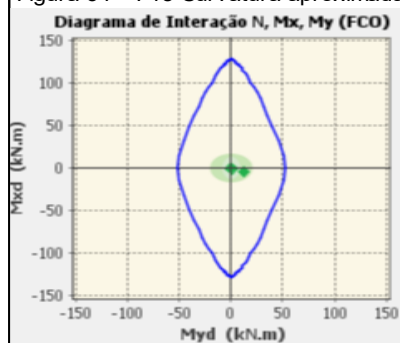


Figura 65 – P13 Rigidez k aproximada

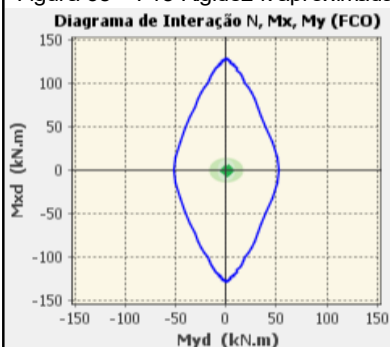


Figura 66 – P14 Curvatura aproximada

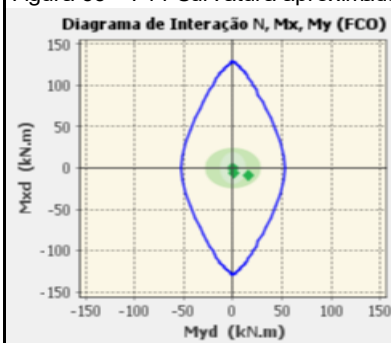


Figura 67 – P14 Rigidez k aproximada

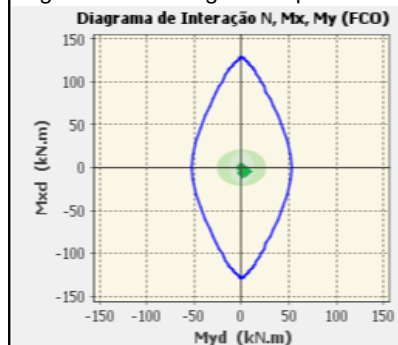


Figura 68 – P15 Curvatura aproximada

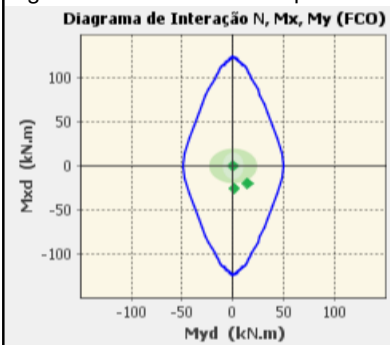


Figura 69 – P15 Rigidez k aproximada

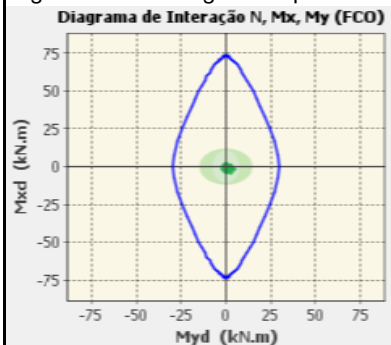


Figura 70 – P16 Curvatura aproximada

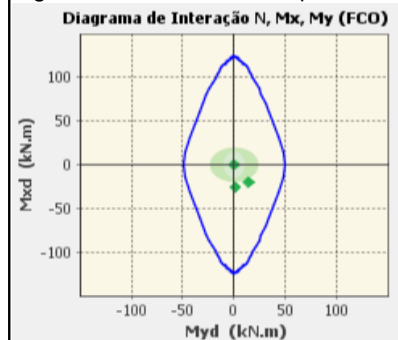


Figura 71 – P16 Rigidez k aproximada

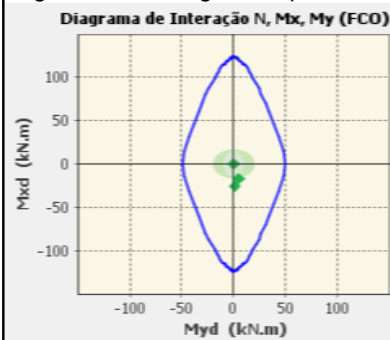


Figura 72 – P17 Curvatura aproximada

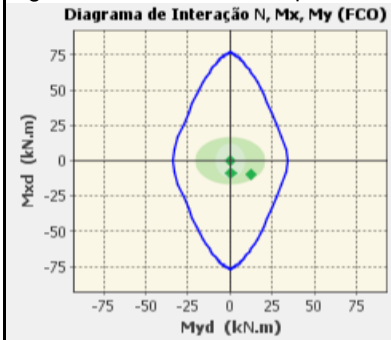


Figura 73 – P17 Rigidez k aproximada

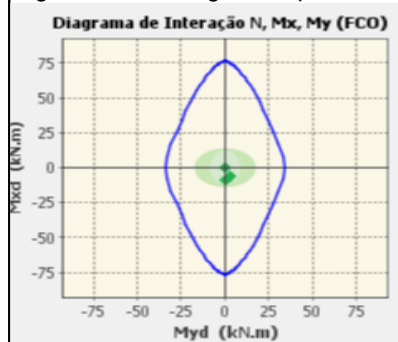


Figura 74 – P18 Curvatura aproximada

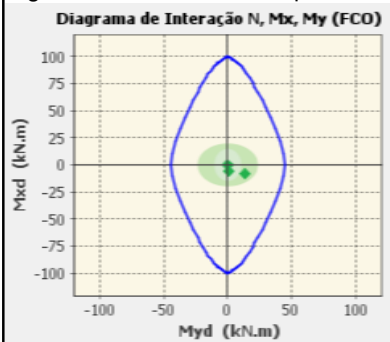
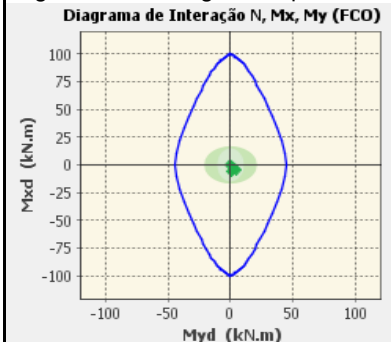


Figura 75 – P18 Rigidez k aproximada



Fonte: PCalc



Figura 76 – P19 Curvatura aproximada

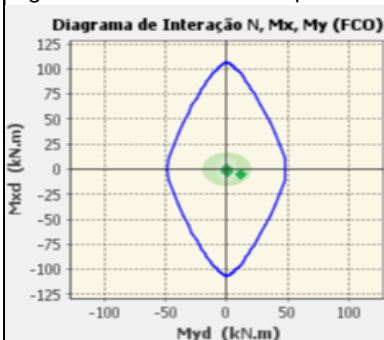


Figura 77 – P19 Rigidez k aproximada

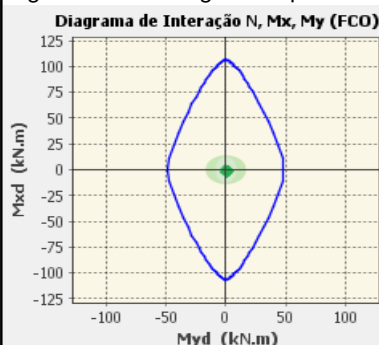


Figura 78 – P20 Curvatura aproxim.

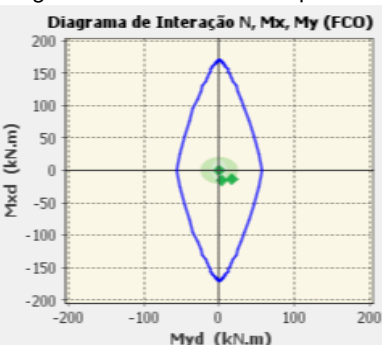


Figura 79 – P20 Rigidez k aproximada

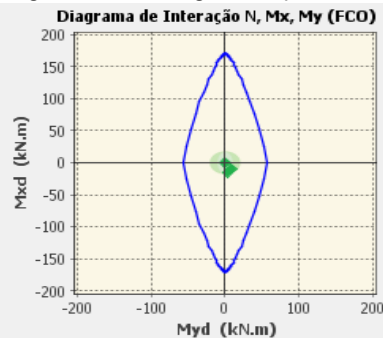


Figura 80 – P21 Curvatura aproxim.

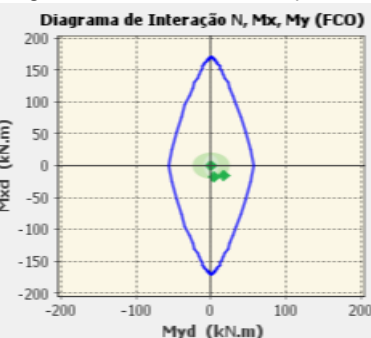


Figura 81 – P21 Rigidez k aproximada

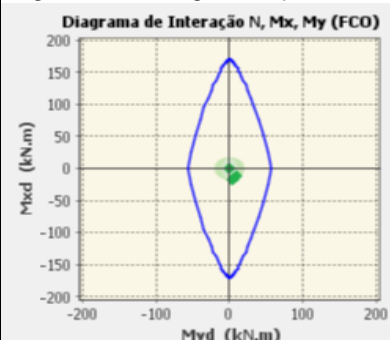


Figura 82 – P22 Curvatura aproxim.

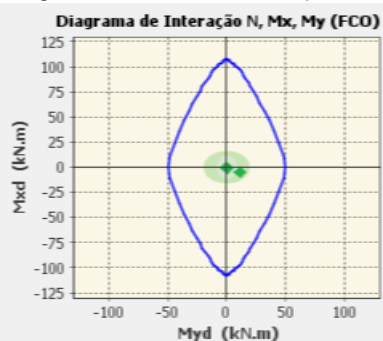


Figura 83 – P22 Rigidez k aproximada

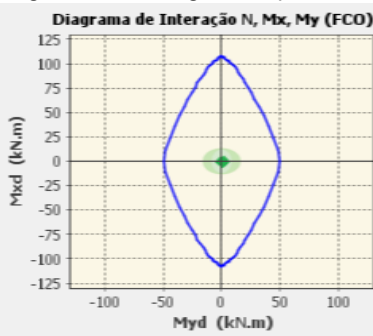


Figura 84 – P23 Curvatura aproxim.

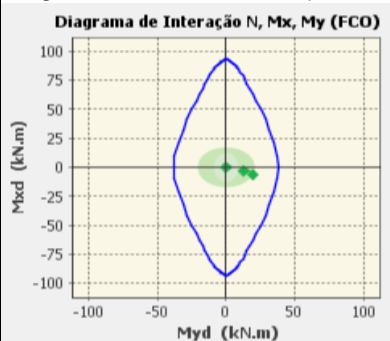


Figura 85 – P23 Rigidez k aproximada

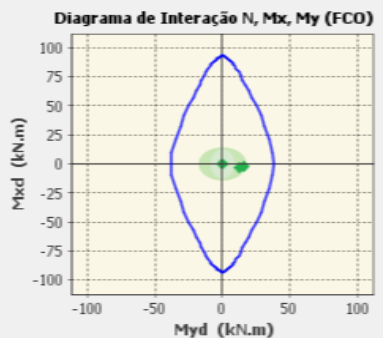


Figura 86 – P24 Curvatura aproxim.

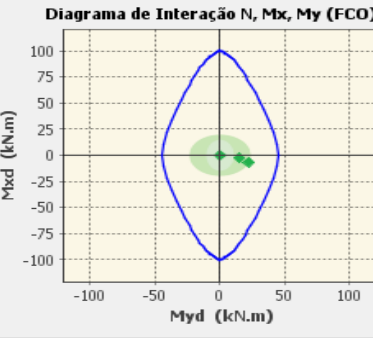
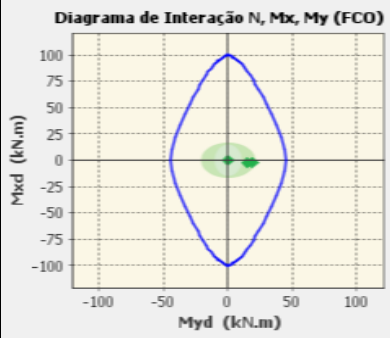


Figura 87 – P24 Rigidez k aproximada



Fonte: PCalc

Figura 88 –P25 Curvatura aproximada

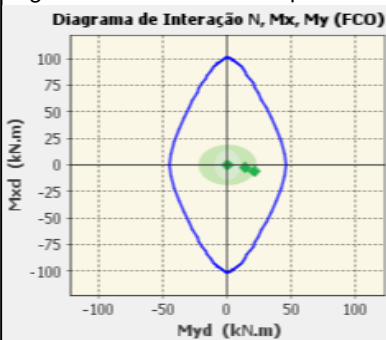


Figura 89 –P25 Rigidez k aproximada

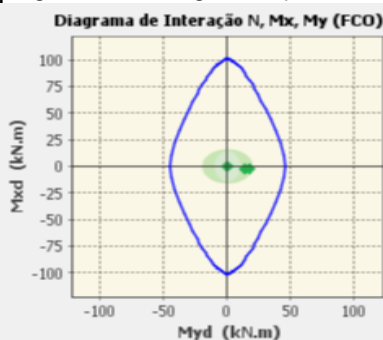


Figura 90 –P26 Curvatura aproximada

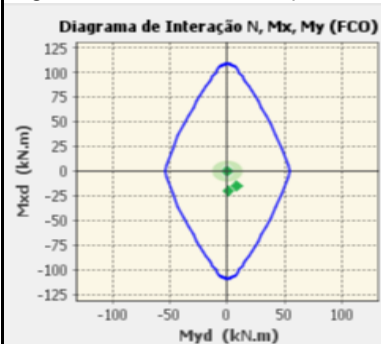


Figura 91 –P26 Rigidez k aproximada

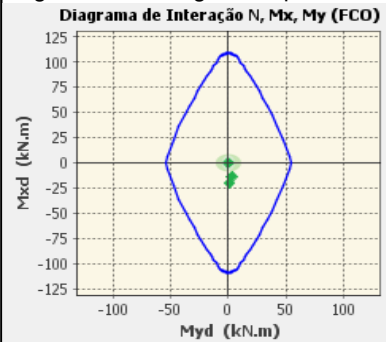


Figura 92 –P27 Curvatura aproximada

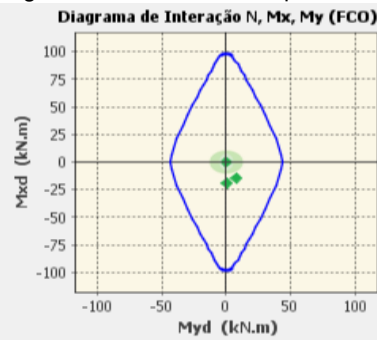
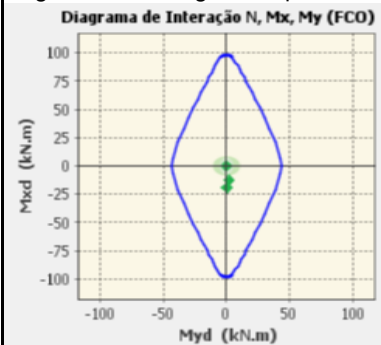


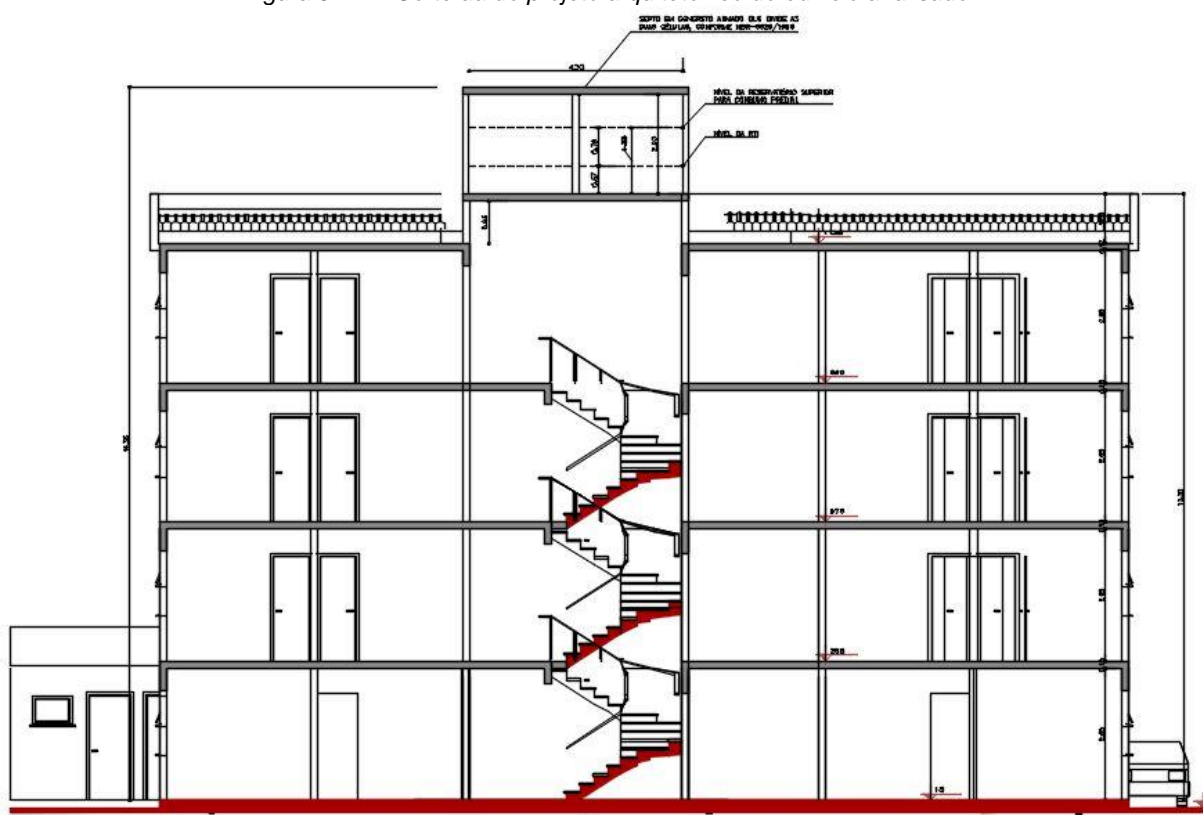
Figura 93 –P27 Rigidez k aproximada



Fonte: Pcalc

## ANEXO D- CORTE DO PROJETO ARQUITETÔNICO DO EDIFÍCIO ANALISADO

Figura 94 – Corte aa do projeto arquitetônico do edifício analisado



Fonte: FIGUEIREDO, 2001